CONEXIÓN
Revista de Investigaciones y Propuestas Educativas
N°18. Rosario. Septiembre 2023. ISSN: 2362-406X
Instituto de Enseñanza Superior N°28 "Olga Cossettini"

Visibilizando la probabilidad en una escuela de educación media

Clara Noemí Benítez

IES Nº28 Olga Cossettini (Rosario)
claranbenitez@gmail.com

Resumen

Los modos de desempeñarse de un profesional de la educación se ven marcadamente influenciados por las experiencias que atraviesa durante su formación (inicial y permanente). El eje Estadística y Probabilidad que forma parte del Diseño Curricular Jurisdiccional muchas veces no es tenido en cuenta al momento de la organización y estructuración de una propuesta anual de algunas escuelas, es decir, al confeccionar la planificación anual no se incluyen en la selección de contenidos o, siendo incluidos, no se abordan por diferentes motivos. Dado que la propuesta se sucede en una institución escolar es preciso atender los intereses, deseos, gustos y preocupaciones que hoy tienen las/os jóvenes. Teniendo presente que los conocimientos matemáticos requieren un proceso de deconstrucción y construcción, que implica, como lo manifiesta Vergara Reyes (2012), "desechar o reformar aprendizajes previos para conseguir los nuevos" (p.78). Para tal caso es preciso involucrar al alumnado en situaciones en las que se pretenda matematizar a partir de problemáticas contextualizadas, no desde un saber pre constituido, sino, partiendo de propuestas reales que permitan la participación y crítica en el quehacer matemático. A continuación, comparto la planificación del desarrollo de actividades con explicaciones didácticas de la intervención docente y con posterior análisis de la experiencia.

Palabras Claves: probabilidad, experiencia, propuesta, aprendizajes.

Consideré oportuno llevar adelante este estudio de caso mediante el abordaje de la enseñanza de la Probabilidad en la Escuela de Educación Secundaria Orientada Particular Incorporada N°3141 "Paulo VI" (en adelante Escuela Paulo VI), lugar del que formé parte desde los comienzos de su conformación, inicialmente 3° ciclo EGB y posteriormente como escuela media hasta mi distanciamiento formal en términos laborales en el año 2016, pero con la que sigo estando en contacto en la actualidad a través de proyectos de extensión del Instituto de Educación Superior N°28. Ambas instituciones mencionadas de la ciudad de Rosario.

Desde los comienzos trabajé articuladamente con la escuela primaria, pero admito que el eje Estadística y Probabilidad nunca fue abordado, aunque ha sido tenido en cuenta al momento de confeccionar la planificación anual. Por lo expuesto anteriormente estimé oportuno planificar e implementar una secuencia didáctica de Probabilidad y en esa experiencia se basa principalmente este trabajo.

Problemática

Los modos de desempeñarse de un profesional de la educación se ven marcadamente influenciados por las experiencias que atraviesa durante su formación (inicial y permanente). Es así que la ausencia de ciertas vivencias se traduce en la imposibilidad de proyectar nuevas prácticas que permitan salirse de la inercia de hacer lo acostumbrado, dirigiendo la mirada hacia el desarrollo de nuevos desafíos educativos.

Por eso este estudio de caso tuvo la intención de colaborar con las docentes de la escuela Paulo VI a vivir la experiencia de enseñar Probabilidad y quebrar el hábito instalado de no abordar esta temática en las aulas.

Indagando en diferentes sitios web específicos, donde educadores matemáticos hacen aportes mediante sus investigaciones y/o propuestas sobre la enseñanza de diferentes temas, es posible encontrar trabajos que hacen foco en la enseñanza de la Probabilidad. Tal es el caso de Vázquez y Alsina (2019) en el escrito titulado "Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la Probabilidad" parten de considerar estudios y apreciaciones realizados por autoras/es como Godino, Batanero, Cañizares, Gal, Bennet, entre otras/os. Lo que visualizan es la importancia de enseñar Probabilidad desde una temprana edad, favoreciendo la matematización desde la contribución que hace la enseñanza de este tema a un pensamiento crítico para formar ciudadanos capaces de comprender situaciones de la vida real en las que están presentes el azar, los fenómenos aleatorios y la incertidumbre, haciéndolo visible en el currículo de matemáticas. También otros estudios indican que gran parte de las/os docentes carecen de experiencia en el área (Godino et al., 2008).

Profundizando un poco más en Pajares y Tomeo (2009) se pueden encontrar aspectos motivadores basados en argumentos de actualidad que incentiven el estudio de la Probabilidad. En concreto ellos señalan que (p.4):

1. Los bancos utilizan sofisticados métodos estadísticos para calcular la probabilidad de que un cliente realice el pago de su crédito a tiempo, en caso de que se le conceda.
2. También en el mundo del deporte se usan sistemas estadísticos que sirven al entrenador para tomar decisiones sobre las tácticas que convienen en un determinado momento de juego.
3. De la misma forma, ningún operador puede calcular cuánto va a subir la Bolsa, aun cuando tenga a su alcance todas las variables económicas disponibles. Este tipo de fenómenos no admiten un modelo determinístico, sino un modelo probabilístico, que como resultado nos dice la probabilidad de que la Bolsa suba un cierto porcentaje. El resultado no es un valor determinado, sino la probabilidad de un valor.

Además, Carmen Batanero (2005) en "Significados de la Probabilidad en la Educación Secundaria" menciona la importancia y la necesidad de llevar adelante lo experimental, favorecido por el uso de los ordenadores (computadoras), dejando a la luz la escasez que en ese momento había en investigaciones que visualizaran tal necesidad.

Todo esto llevó a fomentar mi interés en el abordaje de este caso, considerando la enseñanza de la Probabilidad un desafío personal y para quienes llevan a cabo la enseñanza de la Matemática en la Escuela Paulo VI.

Objetivos

- Introducir la enseñanza de Probabilidad en la Escuela Paulo VI.
- Ofrecer recursos didácticos y material actualizado que favorezcan el aprendizaje y el disfrute de las/os estudiantes y docentes en torno a contenidos de Probabilidad.
- Identificar factores que pueden limitar o potenciar la participación de las/os estudiantes en la construcción de los diversos aspectos que constituyen el tema en tratamiento.
- Contribuir a que las docentes de la Escuela Paulo VI valoren y se apropien de la experiencia desarrollada, posibilitando la continuidad de la enseñanza del tema Probabilidad en años subsiguientes.

Encuadre conceptual

La escuela ocupa un lugar de importancia en la vida de las/os adolescentes, ya que es una institución que implica obligación y rutina siendo, por lo tanto, ordenadora, contenedora y de construcción de autonomía de la vida de las/os estudiantes. Dado que la propuesta se lleva adelante en una institución escolar es preciso atender los intereses, deseos, gustos y preocupaciones que hoy tienen las/os jóvenes.

Del mismo modo, cobra particular relevancia la intención de generar un vínculo que promueva el acompañamiento a las/os "estudiantes en el aprendizaje de la autonomía, la solidaridad, la apropiación de saberes y herramientas para trazar cursos de acción que les permitan encontrar o hacer algo de su interés favoreciendo de ese modo sus trayectorias escolares" (Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2014, p. 12).

Los conocimientos matemáticos requieren un proceso de deconstrucción y construcción, que implica, como lo manifiesta Vergara Reyes (2012), "desechar o reformar aprendizajes previos para conseguir los nuevos" (p.78). En ciertas ocasiones puede suceder que estos conocimientos sean obtenidos de entornos difusos, donde la interpretación ligera lleva a concepciones erróneas mientras que, en otros casos, dichos entornos, contribuyen a una mejor comprensión. En lo que respecta a la matemática escolar, dichos entornos están atravesados por prácticas de enseñanza. Es por ello que para que se posibilite la construcción de conocimientos, se considera importante que desde la enseñanza se ofrezcan herramientas necesarias y ampliatorias que permitan a la/al estudiante llevar a cabo la incorporación de los mismos luego de lograr una interacción con el ambiente socio cultural, el lenguaje, las experiencias, e incluso lo heredado.

Este modo de concebir los procesos de apropiación de conocimientos matemáticos se sustenta en aportes de las teorías constructivistas que tuvieron un fuerte auge en la historia de las corrientes pedagógicas en el siglo XX gestándose en la década del 70 y luego surgiendo y desarrollándose en la década del 80.

Saldarriaga Zambrano et al. (2016) toman aportes de Piaget, para señalar que la construcción de nuevos conocimientos se produce cuando el sujeto logra procesar "la información obtenida del entorno, interpretarla de acuerdo a lo que ya conoce convirtiéndola en un nuevo conocimiento" (p.130). El autor explica que cada estudiante parte de conocimientos de los que logró apropiarse de manera progresiva y gradual, superando al conocimiento anterior luego de haber vivido una experiencia novedosa, que le haya generado un cambio, asimilando lo aprendido. De esta forma según Piaget "el aprendizaje es un proceso que sólo tiene sentido ante situaciones de cambio" (p.135), donde la/el estudiante interacciona con el objeto.

La construcción de conocimiento por parte de la/del alumno/a en la clase requiere la elaboración de estrategias de enseñanza que favorezcan dicho proceso. En tal sentido, la clase se configura como un espacio de acción y decisión, donde se promueve la indagación, reflexión y análisis mediante el diseño creativo de situaciones problemáticas contextualizadas. Todo ello con la intención de promover el conocimiento a partir de la participación de las/os alumnas/os, lo mencionan Sanjurjo y Foresi (2017) haciendo referencia a:

> Los aportes del enfoque hermenéutico-reflexivo o práctico, el cual entiende que las prácticas son producto de un complejo proceso de elaboración de parte del que las lleva a cabo, quien pone en juego sus conocimientos, creencias, valores al momento de realizar opciones prácticas (p.15).

Es por eso que al momento de planificar la implementación de una experiencia se pretende orientar intencionalmente de manera progresiva a las/os estudiantes a la construcción del propio aprendizaje, como lo menciona la autora, "tanto desde la Filosofía como desde la Psicología, sientan las bases del conocimiento como construcción social y del aprendizaje como proceso reconstructivo" (p.22).

Es así que el rol de la/del docente, de acuerdo al enfoque constructivista, se posiciona desde un lugar activo y creativo, "encargado de proporcionar a los estudiantes las situaciones didácticas significativas que les permitan utilizar sus conocimientos y experiencias previas" (Waldegg, 1998, p.25).

Por otra parte, Schön (1998) diferencia tres fases dentro de un pensamiento práctico, considerando la comprensión de la práctica como una construcción reflexiva orientada a la acción, esas fases son: el conocimiento en la acción, la reflexión en y durante la acción y la reflexión sobre la acción y sobre la reflexión en la acción. Además, cabe señalar que estos tres componentes deben ser considerados de manera conjunta, integrados, no independientes y que si se trasladan a la práctica de la clase de Matemática, es posible apreciar que la experimentación no es la aplicación de un método determinado, sino la búsqueda de estrategias, una reorganización de lo que se desarrolla mientras se lo está llevando a cabo y posteriormente una revisión, construyendo así, conocimiento profesional docente y aprendizajes para las/los estudiantes desde la experiencia.

Otra mirada concurrente es la de Nuria Planas (2005) quien hace referencia al aula como espacio donde la participación por medio de intereses comunes da cuenta de una comunidad matemática que conecta lo conceptual con la aplicación vivencial, donde la construcción de conocimiento matemático se piensa como "un proceso de (re)negociación de significados personales y de comparación de estos significados con las interpretaciones establecidas en la comunidad matemática" (p.59). Cabe destacar que para que este proceso ocurra es necesario involucrar a las/os alumnas/os en un trabajo activo y no solitario, integrando saberes previos que aporta esa comunidad matemática facilitando de manera significativa el aprendizaje.

Para tal caso es preciso involucrar al alumnado en situaciones en las que se pretenda matematizar a partir de problemáticas contextualizadas, no desde un saber preconstituido, sino, partiendo de propuestas reales que permitan la participación y crítica en el quehacer matemático. Estos aspectos son considerados por la corriente denominada *Educación Matemática Realista*, que se apoya en las siguientes ideas citadas en el trabajo de Zolkower et al. (2006, p. 13):

- el quehacer matemático es una **actividad estructurante** u organizadora de matematización que está al alcance de todos los seres humanos, de lo que se deduce la consigna de una matemática para todos (Freudenthal, 1973, 1991);
- el aprendizaje es un proceso discontinuo de **matematización progresiva** que involucra distintos niveles y en el que los contextos y modelos poseen un papel central como puente para favorecer la suba de nivel (Freudenthal, 1991; van den Heuvel-Panhuizen, 1996, 2003);
- la enseñanza debe tomar la forma de **reinvención guiada** (Freudenthal, 1991), proceso en el que los alumnos reinventan ideas y herramientas matemáticas a

partir de organizar o estructurar situaciones problemáticas en interacción con sus pares y bajo la guía del docente;

- la reinvención guiada requiere de la fenomenología didáctica, nutrida de las producciones de los alumnos, para la búsqueda de **contextos y situaciones matemáticas reales** que den lugar de modo más o menos natural a la matematización (Freudenthal, 1983).

Considerando esto, es preciso de manera estratégica ofrecer *problemas* que pongan de manifiesto habilidades para la construcción de nuevos conocimientos. Según Petrone y Sgreccia (2017)

> Una actividad se considera un problema matemático cuando permite a los alumnos introducirse en el desafío de resolverla a partir de sus conocimientos disponibles pero que, a la vez, les demanda la producción de nuevas ideas en la dirección de una solución posible (p. 118).

Estos problemas cobran especial importancia en lo que las autoras identifican como el momento de formación de un concepto por la potencia que se les reconoce en el establecimiento de conexiones con conocimientos previos. El momento de formación de un concepto es uno de cinco “momentos” o etapas identificados en la construcción de conocimientos matemáticos, estos son: formación de un concepto, construcción de propiedades, desarrollo de procedimientos, fijación, evaluación. Cada uno de ellos presenta marcadas características didácticas que “en función de sus rasgos propios, determinan formas particulares de organizar las acciones” (Petrone y Sgreccia, 2017, p.126). Más específicamente, se comparte una síntesis descriptiva de lo que cada uno de estos momentos representa.

- Formación de un concepto: proceso inicial en el que las/os estudiantes, a partir de una experiencia diseñada especialmente por la/el docente (a través de una situación problemática, presentación de ejemplos de objetos que cumplen o no ciertas condiciones, entre otras), tienen la posibilidad de construir un nuevo concepto desde concepciones conocidas, u otros conceptos análogos al nuevo por aprender (conceptos inclusores).
- Construcción de propiedades: tareas orientadas a la formulación de conjeturas que se desprenden de la observación de regularidades en el análisis de un determinado fenómeno.
- Desarrollo de procedimientos: secuencia de acciones basadas en el reconocimiento de “características o cursos de pensamiento eficientes que se han ido generando vinculados al objeto matemático en estudio” (Petrone y Sgreccia, 2017, p.143).

- Fijación: consignas de trabajo que tienen como finalidad la repetición autónoma de acciones, incorporando gradualmente variantes que complejicen la tarea, mediante las cuales las/os estudiantes adquieren agilidad en el tratamiento de conceptos y procedimientos.
- Evaluación: dado que “la evaluación implica una valoración integral e integrada de la variedad y la riqueza de aprendizajes propuestos por la enseñanza” (Davini, 2008, p. 219), la misma se considera transversalmente a los restantes momentos y de manera continua, cualitativa, formativa y procesual, no solo con la intención de acreditar, a través de la aplicación intencionada de diversidad de instrumentos para tal fin.

Cabe destacar que estos “momentos” no necesariamente se presentan de manera secuenciada, sino que se alternan y retroalimentan en el proceso de construcción de conocimientos, dependiendo de las particularidades del contenido matemático a trabajar.

La secuencia didáctica diseñada e implementada en el marco de este Estudio de Caso será analizada a la luz de las nociones pedagógicas generales y didácticas anteriormente presentadas.

El caso de la experiencia realizada en la Escuela Paulo VI

Luego de recibir el visto bueno por parte del director de la escuela, fue primordial la comunicación con las docentes de Matemática que se desempeñan actualmente en la institución (en adelante VZ y MM), quienes inicialmente vieron con buenos ojos la realización de la experiencia. Antes de comenzar con el armado de la secuencia llevé a cabo una entrevista a las docentes VZ y MM con la finalidad de poder interiorizarme en lo que se estaba trabajando en los diferentes cursos, en relación a la enseñanza de la Probabilidad. Dicha entrevista se realizó mediante un protocolo de preguntas que les fueron enviadas por mail y a las que respondieron por el mismo medio.

Posteriormente al pensar en la elaboración de una propuesta de clase analicé la posibilidad de que se realice en segundo año, teniendo en cuenta los contenidos previos con los que contaban las/os estudiantes y el tema posterior que sería números racionales. La institución cuenta con dos divisiones en segundo año a cargo de la docente MM, por lo que consideré apropiado que la propuesta se lleve a cabo por mí en 2°A, estando MM presente y que luego fuera replicada cada clase en 2°B por la docente MM.

La elaboración de la propuesta de clase y el material para las/los alumnas/os estuvo a mi cargo, habiéndose considerado la participación de la docente MM de 2° año con el aporte brindado sobre información de los cursos que facilitaron la confección de los mismos.

La selección y elaboración del material que sería entregado a las/os estudiantes, se basó en una enseñanza constructivista que favoreciera un proceso dinámico e interactivo, poniendo además a los alumnos en contacto con la realidad.

La variedad de actividades propuestas fue tenida en cuenta por la necesidad de aportar al espacio un criterio donde se pueda fortalecer una alfabetización matemática, desde una práctica que facilite la implicación de las/os alumnas/os y favorezca la aplicación de lo aprendido, para que sea parte de la formación de ciudadanas/nos “capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones" (Gal, 2005, citado en Vásquez y Alsina, 2019, p.394).

En la secuenciación se consideró un grado de dificultad creciente en el que se atienden diferentes ritmos de aprendizajes, posibilitando la reflexión y la participación de todas/os.

La bibliografía consultada para la elaboración del material de las/os estudiantes es variada, una parte extraída de libros para la educación secundaria, tales como:

- Matemática 8 Activa. Editorial: Puerto de Palos - 2002
- Pitágoras 8. Matemática: E.G.B.3, Editorial: SM - 2004
- Matemática 8. Serie Entender E.G.B.3, Editorial: Estrada - 2004
- Logonautas Matemática 2. Editorial: Puerto de Palos - 2008
- Matemática 2. Fotoactivados, Editorial: Puerto de Palos - 2013
- Entre Números II: actividades de matemática, Editorial: Santillana - 2016

Otra parte "Una aproximación al mundo de lo aleatorio" de Elisa N. Petrone, Patricia Mascó y Cristina Széliga. Este último material fue guía al momento de confeccionar la propuesta.

Propuesta de clase

A continuación, comparto la planificación del desarrollo de actividades con explicaciones didácticas de la intervención docente, intercalando en letra itálica los correspondientes tramos del apunte de estudiantes, los cuales se destacan con un margen diferenciado. Se aclara, además, que las imágenes que acompañan las consignas son extraídas de los libros de texto y materiales consultados.

Para elaborar esta propuesta fue preciso reconocer y valorar el nivel inicial de conocimientos con los que contaban las/os estudiantes que permitieron planificar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Esos conocimientos, indicados previamente por la docente a cargo del curso y tenidos en cuenta al momento de construcción de la propuesta, fueron: números racionales positivos (expresión fraccionaria y decimal) y operaciones con números naturales.

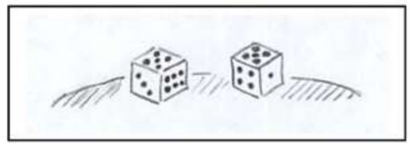
Pensar en los recursos a utilizar implica proyectar la intención que la/el docente tiene en relación a despertar el interés de las/os estudiantes y facilitar la construcción del conocimiento a través de sus propias experiencias. Para el desarrollo de la propuesta utilicé: un mazo de cartas (naipes) españolas (sin comodines -48 cartas-), dados, pizarra y fibrones. En el caso de las/os estudiantes, utilizaron: el apunte con conceptos teóricos y propuesta de actividades, calculadora, lápiz y papel.

La distribución temporal de la propuesta se pensó para ser implementada durante aproximadamente 8 horas cátedra (de 40 minutos reloj de duración cada una), distribuidas en 4 clases.

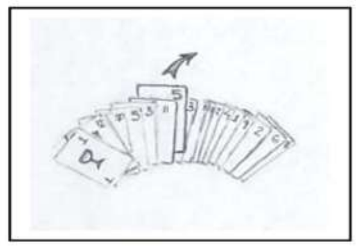
La intención de la primera parte es presentar la fórmula para el cálculo de la probabilidad de un suceso **S**, que puede obtenerse de manera constructiva, a partir de los aportes intuitivos de las/os alumnas/os, adecuadamente estimuladas/os y guiadas/os por la docente en base a una secuencia organizada de preguntas.[1]

En esta intención de iniciar el proceso de **formación del concepto** se comienza mostrando a las/os alumnas/os un mazo de cartas españolas y un dado, y se les efectúan sucesivas preguntas tales como:

- ¿Conocen estos elementos? (asegurarse de ello, presentarlos)
- ¿Jugaron con cartas o dados alguna vez?
- Si tiro el dado, ¿puede salir un 5?
- ¿Puede salir un 7?
- ¿Qué números pueden salir?



- Si extraigo una carta del mazo, ¿puede salir un 5?
- ¿Puede salir una carta de oro?)
- ¿Puede salir un as de trébol?
- ¿Puede salir un 20?
- ¿Qué números pueden salir?
- ¿Qué palos pueden salir?
- ¿Cuántas cartas hay en el mazo?
- ¿Cuántas cartas de oro hay?
- ¿Cuántos 5 hay?



Estas preguntas, abundantes y variadas, tienen la intención de provocar un recorrido por los espacios muestrales asociados con cada una de las experiencias, para visualizar sus elementos (cuáles y cuántos son) sin necesidad de apelar al uso de la terminología ni de la simbología específica, es decir, manteniéndose en un plano intuitivo, propio de la etapa constructiva inicial.

Luego se les pide a las/os estudiantes que se agrupen de a 2 o 3 integrantes para llevar adelante la propuesta para la que se les entrega una copia con las preguntas que se muestran a continuación. En esa copia deben dejar asentada la elaboración de sus respuestas, que después se expondrán en una charla conjunta con la docente y el resto de la clase.

- Si para ganar un premio hay que sacar un 5, y les dan a elegir entre tirar un dado o extraer una carta de un mazo, ¿Qué opción elegirían, si desean ganar? O, dicho

[1] Tomado parcialmente del material: Petrone, E., Mascó, P. y Széliga, C. (2007). Una aproximación al mundo de lo aleatorio en UNR Editora: *El aula de Matemática: conocimiento + entretenimiento. Material didáctico para la escuela media*. Colección académica.

de otro modo, ¿con cuál de las opciones creen que hay más chances de ganar? ¿Por qué?

- Al tirar una moneda, ¿es más posible obtener cara o cruz? Siendo ambas opciones igualmente posibles, ¿cómo podríamos expresar esta idea numéricamente? ¿Ambas opciones tienen "la mitad" de chances? ¿Con qué número expresamos "la mitad"?
- Al tirar un dado, entonces, ¿cuál será el número que mide la posibilidad de obtener un número en particular, por ejemplo, el 5? Pensar, ¿cuántas posibilidades hay? ¿Cuántas de ellas resultan favorables en este caso?
- ¿Cuál es la posibilidad de obtener un número impar? ¿Y un número menor que 5?

La serie de preguntas trata de guiar a las/os alumnas/os en la elaboración de la definición de probabilidad teórica de un suceso según Laplace.

Entre algunas de las respuestas de la segunda pregunta, al aparecer la fracción ½ se procura reflexionar sobre el sentido del numerador y del denominador de la misma, asociándose con la cantidad de casos favorables y posibles, respectivamente, del suceso en estudio.

En la tercera pregunta, se pretende supervisar el razonamiento del grupo de modo de lograr que surja como respuesta la fracción ⅙.

A partir de la discusión de las respuestas a las anteriores preguntas surge la fórmula de Laplace.

Todo lo desarrollado hasta ese momento se formaliza en la primera parte del apunte que es entregado a las/os alumnas/os, tal cual se muestra a continuación.

> *Cuando decimos que algo sucede al* ***AZAR*** *queremos decir que pasa porque sí, es decir, que pasa por algo, pero de la misma forma pudo haber pasado algo totalmente diferente y no hay manera de predecir lo que pasará.*
>
> *Existen experimentos en los que no se puede anticipar cuál va a ser el resultado. A este tipo de experimentos que dependen del* ***AZAR****, se los llama* ***experimentos aleatorios****. Por ejemplo, hasta que no se tira una moneda, no se puede saber qué cara va a salir, si saldrá cara o cruz, entonces el experimento o experiencia "tirar una moneda y observar cuál cara queda visible" es aleatorio.*
>
> *"Soltar un objeto y observar hacia dónde se mueve" no es una experiencia aleatoria, ya que sabemos que el objeto caerá hacia el piso por la fuerza de la gravedad, es decir: puede predecirse qué ocurrirá.*
>
> *"Relevar el día de la semana en que nació una persona" es una experiencia aleatoria. Los* ***resultados*** *o* ***casos posibles*** *de la misma son los 7 días de la semana:*
>
> *Casos posibles = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}*
>
> *"Tirar un dado y observar cuál número queda en la cara superior" es una*

experiencia aleatoria. El conjunto de resultados o casos posibles asociados a ella es:

Casos posibles = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Asociados a una experiencia aleatoria puede haber diferentes ***sucesos*** *que interese observar o estudiar.*

Por ejemplo, en la experiencia del dado puede plantearse el interés por analizar diferentes sucesos tales como:

a) *que salga un número impar*

b) *que salga un número menor que 6*

c) *que salga el número 4*

d) *que salga el 2 o el 6*

Para cada suceso hay un conjunto de casos favorables:

a) *{1, 3, 5}*

b) *{1, 2, 3, 4, 5}*

c) *{4}*

d) *{2, 6}*

Cuando el conjunto de casos favorables a un suceso contiene un único elemento se dice que es un ***suceso elemental.***

Cada elemento del conjunto de resultados o casos posibles de una experiencia es un suceso elemental.

Cuando los resultados posibles de un experimento aleatorio se pueden contar y cuando todos tienen la misma posibilidad de ocurrir, la ***probabilidad*** *de que suceda cada uno de ellos se calcula mediante la* ***Fórmula de Laplace***:

$$P(S) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}}$$

Habiendo llegado a la fórmula de Laplace, se procede a avanzar con el **desarrollo de procedimientos.** A modo de ejemplo se resuelven conjuntamente entre docente y estudiantes las actividades 1, 2 y 3, dejando registro en el pizarrón para que luego sean copiadas por las/os estudiantes en sus carpetas.

Actividades

1- Indicar en cuáles de los siguientes casos puede asegurarse previamente el resultado de la experiencia y en cuáles interviene el azar.

a) *Sacar una bolilla blanca de una caja con 100 bolillas negras y una blanca.*

b) Sacar un número primo de una bolsa con tarjetas con números pares.

c) Sacar un número par de un bolillero donde todos los números son múltiplos de 10.

d) Sacar un número impar de un bolillero donde todos los números son múltiplos de 10.

e) Sacar un número impar de un bolillero donde todos los números son múltiplos de 7.

f) Que haya por lo menos una bolilla roja en un grupo de 4 que se han sacado de una caja que contenía 8 rojas y 6 blancas.

g) Multiplicar un número del 1 al 9 por 9 y que la suma de los dígitos del resultado sea 9.

2- Escribir tres situaciones de la vida real en las que intervenga el azar.

3- De un mazo de 40 cartas españolas, se saca una al azar. Calcular la probabilidad de que la carta extraída sea:

a) un as

b) de espadas

c) el as de espadas[2]

Lo que se pretende de las/os estudiantes es que identifiquen, a partir de la discusión entre pares, los casos favorables diferenciándolos de los casos posibles y de ahí, utilizando la fórmula que calculen la probabilidad.

Continuando con el agrupamiento de 2 o 3 integrantes, se procura favorecer la **fijación** de conceptos, a través de la resolución por parte de las/os estudiantes de actividades del apunte, desde la 4 hasta la 8 inclusive. Se prevé que sean ellas/os quienes expongan sus respuestas y que las mismas sean puestas a consideración mediante instancias de discusión sobre las mismas, intencionalmente generadas por la docente. Es de esperar que en dichos intercambios emerjan dificultades en: la interpretación de las consignas, el reconocimiento de casos favorables o casos posibles, la identificación de un suceso y la escritura de la resolución. La docente reorienta el razonamiento en cada caso, de manera de evitar que se fijen errores.

4- Un bolillero contiene 8 bolillas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bolilla al azar. Calcular la probabilidad de que el número obtenido sea:

a) mayor que 3

b) sea el 6

c) múltiplo de 3[3]

5- Completar las siguientes oraciones:

[2] Adaptado: Andrés, M. (2006). *Actividades de matemática 8*. Buenos Aires: Santillana. (pág. 98)
[3] Adaptado: Salpeter, C. y otros (2004). *Pitágoras 8. Matemática: E.G.B.3*. Buenos Aires: SM. (pág. 147)

a) *Al tirar una moneda, la probabilidad de sacar cara es.......... porque hay.......... resultados posibles (cara y cruz) y.......... es favorable a la condición pedida.*

b) *Al tirar un dado la probabilidad de que salga un 5 es ⅙ porque.., en cambio, la posibilidad de que salga un número mayor que 2 es .... porque......................................*

6- Se extrae una carta al azar de un mazo de 48 cartas españolas. Calcular la probabilidad (escrita como fracción y como expresión decimal) de que la carta extraída:

a) Sea de oro

b) No sea un rey

c) Sea un número menor a 13

d) Sea un número mayor que 15

e) Sea un número mayor o igual que 9

f) Sea un múltiplo de 3

g) Sea un número primo

h) No sea de espadas[4]

7- Una ruleta tiene 37 casilleros numerados del 0 al 36. Se lanza en ella una bola y se la hace girar. Calcular la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a) Que salga el 15

b) Qué salga un número múltiplo de 7

c) Qué salga un número par[5]

8- Claudio tiene una colección de películas de distinto tipo:

- *Acción subtitulada: 35 películas*
- *Acción hablada en español: 25 películas*
- *Comedia subtitulada: 30 películas*
- *Comedia hablada en español: 18 películas*
- *Suspenso subtitulada: 15 películas*
- *Terror hablada en español: 20 películas*

Si elige una película al azar, calcular la probabilidad (escrita como fracción y como expresión decimal) de cada uno de los siguientes sucesos:

a) Que sea de acción

[4] Adaptado: Abálsamo, R. et. al. (2013). *Matemática 2: Fotoactivados.* San Isidro: Puerto de Palos. (pág.208)
[5] Adaptado: Salpeter, C. y otros (2004). *Pitágoras 8. Matemática: E.G.B.3*. Buenos Aires: SM. (pág. 147)

b) Que sea comedia subtitulada

c) Que sea de terror

d) Que no sea de terror[6]

A continuación, entre todas/os se lleva a cabo la actividad 9 del apunte, avanzando hacia la **construcción de propiedades** por parte de las/os estudiantes, a partir de lo planificado.

9- En las siguientes urnas hay 4 bolas, distribuidas de la siguiente manera:

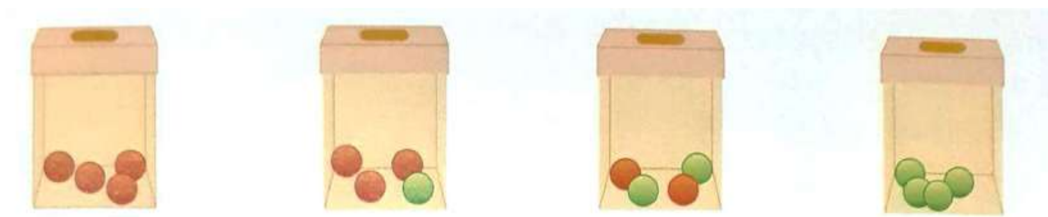
a) todas rojas

b) 3 rojas y 1 verde

c) 2 rojas y 2 verdes

d) todas verdes.

Analizar, para cada urna, cuál es la probabilidad de extraer al azar una bola



verde.[7]

a ***b*** ***c*** ***d***

Luego en función de lo experimentado, se les plantean las siguientes preguntas:

- ¿En qué casos obtuvimos que la probabilidad de un suceso es 1?
- ¿Qué significa en el contexto de la situación planteada que la probabilidad de un suceso sea 1? ¿Se puede extender esta idea a otros contextos?
- ¿En qué caso la probabilidad de un suceso es 0?
- ¿Qué significa en el contexto de la situación planteada? ¿Se puede extender esta idea a otros contextos?
- La probabilidad de un suceso, ¿puede ser mayor que 1? ¿Por qué?
- ¿Y menor que 0? ¿Por qué?

Se continúa la clase con la institucionalización de los nuevos conceptos surgidos de la actividad anterior.

Probabilidad de un suceso

---

[6] Adaptado: Berio, A., Mancini, G., Mastucci, S., (2008). *Logonautas Matemática 2.* Boulogne: Puerto de Palos. (pág. 210)

[7] Adaptado: Salpeter, C. y otros (2004). *Pitágoras 8. Matemática: E.G.B.3*. Buenos Aires: SM. (pág.143)

- *Cuando los resultados favorables para un suceso son todos los casos posibles de la experiencia, entonces se trata de un **suceso seguro**.*

*Por ejemplo, que salga una bola verde de la urna **d**, es un suceso seguro. Su probabilidad siempre es igual a 1.*

- *Cuando un suceso no abarca ningún resultado favorable, es un **suceso imposible.***

*Por ejemplo, que salga una bola verde de la urna **a,** es un suceso imposible. Su probabilidad siempre es igual a 0.*

- *Cuando los resultados posibles abarcan algunos de los resultados favorables, es un **suceso probable**.*

*Por ejemplo, que salga una bola verde de la urna **c**, es un **suceso probable** porque hay dos resultados favorables de los cuatro posibles y esta probabilidad puede expresarse de la siguiente manera: 2/4 = 0,5. Por otra parte, que salga una bola verde de la urna **b**, es **menos probable** que el suceso anterior ya que hay un resultado favorable de los cuatro posibles, siendo su probabilidad igual a ¼ = 0,25. En cambio, que salga una bola roja de la urna **b** es un suceso **más probable**, ya que son tres resultados favorables de los cuatro, y su probabilidad sería: ¾ = 0,75.*

Para los tres ejemplos la probabilidad estaría entre 0 y 1.

Luego retomando lo intercambiado se procede a promover la **fijación** de los conceptos surgidos anteriormente, mediante la resolución de actividades 10 a 15. Procurando una participación responsable, se solicita a las/os estudiantes que pasen al frente a socializar y explicar lo realizado.

10- Teniendo en cuenta las situaciones escritas en la actividad 2, proponer dos sucesos probables, dos imposibles y dos seguros.

11- En la imagen se observa un paño de ruleta de un casino, relacionar con una flecha cada suceso con su probabilidad de que ocurra. [8]

Que un tiro de ruleta salga:

1. *Un número par*
2. *Un número verde*
3. *Un número rojo*
4. *Un número menor que 8*
5. *Un número azul*
6. *Un número menor que 100*
7. *Un número menor que 35*
8. *Un número mayor que 0*

a. ***Seguro***

b. ***Muy Probable***

c. ***Probable***

d. ***Poco Probable***

e. ***Imposible***

12- Completar las siguientes frases con "seguro", "probable" o "imposible"

a) Al tirar un dado de seis caras numeradas del 1 al 6,

- *Sacar un 2 es un suceso..........*
- *Sacar un 7 es un suceso..........*
- *Sacar un número menor que 7 es un suceso..........*

b) Al tirar una moneda, sacar cara es un suceso..........

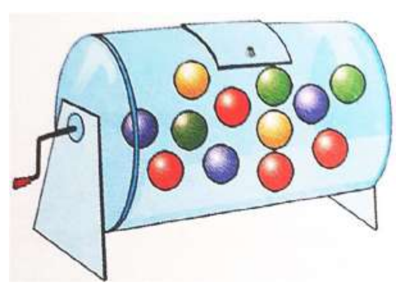
c) Al sacar un naipe de un mazo de cartas de póquer, obtener una copa es un suceso..........

d) Si se juega el clásico Boca vs. River, que gane Boca es un suceso..........

e) Al hacer girar la ruleta de la figura, que salga el número 40 es un suceso.......... [9]

13- Se extrae al azar una pelotita de un bolillero como el que se muestra en la imagen, 2 amarillas, 3 azules, 3 verdes y 4 rojas. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones y justificar

a) La probabilidad de que salga una pelotita de color amarillo es menor a que salga una pelotita de color roja.



[8] Adaptado: Laurito, L., de Stisin, L., Trama, E., Ziger, D., (2002). *Matemática 8 Activa.* Buenos Aires: Puerto de Palos. (pág. 189)

[9] Adaptado: Berio, A., Mancini, G., Mastucci, S., (2008). *Logonautas Matemática 2.* Boulogne: Puerto de Palos.

b) Que salga una pelotita azul es igualmente probable que sacar una verde.

c) Hay mayor probabilidad de que salga una pelotita roja que una azul.

d) La probabilidad de que salga una pelotita amarilla es mayor que la de sacar una verde.

e) La probabilidad de que salga una pelotita verde o una azul es mayor que la de que salga una roja o una amarilla.

f) ¿Qué pasará si las probabilidades de que salga cada color se suman?[10]

14- Indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

i) Al arrojar un dado de 6 caras al aire (con los n° del 1 al 6).

a) Es imposible que salga un 7.

b) Es muy probable que salga un n° mayor que 1

c) Es seguro que salga un divisor de 6

ii) Al extraer una carta de un mazo de 52 cartas de póquer (con los dígitos del 1 al 10 y las letras J, Q y K de pique, diamante, trébol y corazón).

a) Es igualmente probable sacar una carta de trébol que de diamante.

b) Es más probable que la carta sea de trébol que de pique.

c) Es imposible que el n° que salga en la carta sea primo.

Como última propuesta se ofrece la concreción de una experiencia (actividad 16), divididos en grupos, algunos trabajan con monedas y otros con dados. Finalizando se conversan las respuestas con la intención de sentar las bases para un eventual posterior desarrollo del concepto de "probabilidad experiencial o frecuencial".

15- Para experimentar en clase.

i) Tomar una moneda, lanzar una vez al aire y anotar el resultado (cara o cruz). Repetir el experimento 20 veces.

a) Calcular, en función de los resultados anteriores, la "probabilidad de ocurrencia" de cada uno de los posibles resultados.

b) Comparar el resultado anterior si el experimento se repite con 20 lanzamientos más.

ii) Lanzar un dado de seis caras numeradas del 1 al 6 y anotar el número que queda en la cara superior. Repetir el experimento 20 veces.

a) Calcular la probabilidad de que salga un número par.

[10] Adaptado: Kaczor, P. y Outón, V. (2016). *Entre Números II: actividades de matemática.* Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Santillana. (pág. 153)

b) Repetir el experimento 20 veces más. Cuál es la probabilidad de que la cara que salga sea un número par.

iii) Observando lo obtenido en los ítems anteriores, i) e ii), comentar y redactar una conclusión sobre lo obtenido.

Finalizando la secuencia se les proporciona una pequeña encuesta, con la intención de recoger opiniones y obtener datos que aporten al proceso de evaluación de la propuesta.

Encuesta Final

El tema "Probabilidad" te resultó:

□ muy fácil *□fácil* *□difícil* *□muy difícil*

Las actividades resultaron:

□muy interesantes *□interesantes* *□poco interesantes*

Por favor escribir algún comentario que te surja de la experiencia realizada al trabajar el tema Probabilidad.

Análisis global de la experiencia

Desde el momento en que comencé a concebir la propuesta, pensé en qué y cómo hacer para lograr el aprendizaje de las/os estudiantes a partir de un proceso progresivo en el que la resolución de problemas estuviera presente.

La propuesta elaborada desde una concepción realista permitió a las/os estudiantes hacer Matemática a partir de situaciones conocidas o bien imaginables para ellas/os, tales como la colección de películas de la actividad 8, el juego de la ruleta en la actividad 11, entre otros. Los recursos utilizados para iniciar la secuencia fueron naipes y dados, elementos conocidos por ellas/os, y relativamente cercanos a sus contextos. A partir de su interacción y las posteriores preguntas contribuyeron a la formación de los conceptos mediante un proceso de matematización progresiva, posibilitando la construcción de los mismos en un marco de realidad (contextos y situaciones problemáticas reales), tal como se prevé desde las ideas que sustentan la Educación Matemática Realista (Zolkower et al., 2006).

Se logró instalar en el aula un espacio de acción, indagación y reflexión. Esto se evidencia desde las preguntas iniciales, donde se pretendía acercar a las/os estudiantes a los conceptos, llevándolas/os a la reflexión a partir del intercambio en el que se pusieron en juego sus conocimientos y creencias, no solo conmigo, sino también entre pares. Estas instancias del desarrollo de la propuesta revelan procesos de análisis y toma de decisiones propias del enfoque hermenéutico-reflexivo o práctico (Sanjurjo y Foresi, 2017).

Las actividades iniciales, junto con las 1, 2 y 3 de la propuesta, fueron decisivas para la construcción de los nuevos conceptos de "azar", "sucesos aleatorios" y "Fórmula de Laplace", que contribuyeron mediante un coordinado trabajo conjunto a concretar una "comunidad matemática" (Nuria Planas, 2005) facilitadora del aprendizaje. Se logró la participación de gran parte del estudiantado a partir de intereses vivenciales comunes, mediante la cual la elaboración grupal se vio reflejada por "un proceso de (re)negociación de significados personales y de comparación de estos significados con las interpretaciones establecidas en la comunidad matemática" (p.59).

Posteriormente en las actividades 4 a 8 mi intervención fue de acompañamiento al proceso de fijación del cálculo de probabilidades mediante la Fórmula de Laplace, pudiéndose apreciar el interés de las/os estudiantes en esta etapa de aprendizaje en la que la comprensión de conceptos las/os llevó a aplicar lo aprendido en nuevas situaciones, constituyéndose esta reiteración de acciones en un procedimiento propio del tema (Petrone y Sgreccia 2017).

La actividad 9 sirvió para la ampliación de conceptos (sucesos "seguro", "probable", "imposible") a partir de una problemática sencilla, de manera tal que el quehacer matemático se vio favorecido por la participación y la reinvención de ideas, tal como se invita a considerar desde la corriente de la Educación Matemática Realista.

Para lograr esta construcción y apropiación de conceptos las actividades seleccionadas jugaron un papel muy importante, ya que no fueron elegidas al azar, sino de manera estratégica, con la intención de permitir a las/os estudiantes introducirse en el desafío de resolverlas a partir de sus conocimientos disponibles (Petrone y Sgreccia, 2017). Cabe destacar, considerando lo mencionado, que las actividades fueron variando en sus presentaciones como en la complejización de los formatos de los enunciados, favoreciendo el proceso de construcción de los conocimientos (Saldarriaga-Zambrano, 2016).

Poner en acción a los conceptos construidos a través de la actividad 9 permitió a las/os estudiantes vivenciar una instancia de apropiación de los mismos para lo que se han brindado actividades tales como la 10, 11 y 12. En las propuestas 13 y 14 también se pretendió la fijación, pero de la Fórmula de Laplace, con actividades presentadas en formato diferente (Verdadero o Falso), que requirieron una cierta dedicación para su interpretación.

En el caso de la actividad 15, la experimentación activa llevó a las/os alumnas/os a analizar lo sucedido en experiencias concretas y avanzar hacia una construcción grupal intuitiva de la noción de Probabilidad frecuencial para lograr conclusiones en relación a su vinculación con la Fórmula de Laplace.

El proceso de aprendizaje que se llevó a cabo en esta práctica, es lo que Freudenthal (1991, citado en Zolkower et al., 2006) llamó **matematización progresiva**, ya que se desarrolló a partir de actividades propuestas contextualizadas y guiadas favoreciendo la comprensión y participación de las/os estudiantes. También se consideró una forma de enseñanza de **reinvención guiada,** "proceso en el que los alumnos reinventan ideas y herramientas matemáticas a partir de organizar o estructurar situaciones problemáticas en interacción con sus pares y bajo la guía del docente" (p. 13).

Para finalizar cabe destacar que de todo lo anterior se desprende que las/os estudiantes en su mayoría lograron apropiarse de manera progresiva y entusiasta de los conceptos que componen el nuevo tema, es decir, participar de una experiencia constructiva novedosa que les generó un cambio. Así también lo vivió la profesora MM al replicar las clases en el otro curso.

Conclusiones

En esta parte se analiza la concreción de los objetivos planteados en este trabajo para lo que se van esbozando algunas reflexiones vinculadas a ellos.

Reconociendo al aula como espacio de interacción y comunicación, cabe señalar que la experiencia del tratamiento del tema Probabilidad permitió iniciar un camino para su enseñanza en la Escuela Paulo VI desde lo vivencial. Abordar esta temática contribuyó a lograr en las/os estudiantes un pensamiento crítico favoreciendo que sean capaces de comprender situaciones de la vida real en las que están presentes el azar, los fenómenos aleatorios y la incertidumbre.

Para la organización de la propuesta se emplearon recursos didácticos considerados de uso cotidiano para las/os alumnas/os de los distintos cursos, también se tuvo en cuenta material bibliográfico actualizado con actividades y propuestas contextualizadas, favorecedoras del desarrollo ordenado de las clases y la participación activa de cada estudiante, para que puedan asumirse, de esta manera, como constructoras/es de nociones y conocimientos.

Llevar a cabo esta propuesta, desde una organización didáctica secuenciada para que todas/os tengan acceso a la misma, propició situaciones de disfrute, evidenciadas desde las partes actuantes: estudiantes y docentes. Además, permitió un desarrollo sin mayores dificultades de interpretación, donde se apreció participación y resultados favorables. Las anteriores características sirvieron de estímulo para que la docente MM considere continuar con la enseñanza de Probabilidad en los próximos años.

El uso de materiales didácticos interesantes y el ritmo en el que se desarrollaron las clases potenciaron la participación de las/os estudiantes en la construcción del tema y la visualización de quienes requirieron de un tiempo de aprendizaje diferente.

Un factor limitante del desarrollo del tema fue la debilidad en el uso de las distintas formas de expresión de los Números Racionales, sirviendo este aspecto como motivador para un posterior fortalecimiento de este contenido.

A partir de la propuesta desarrollada, se sientan las bases en el tratamiento del tema Probabilidad en la Escuela Paulo VI, impulsando la posibilidad de que MM y VZ decidan implementarlo en los próximos años, no solo en los cursos donde se vivenció la experiencia sino también en otros.

Bibliografía

Abálsamo, R. et. al. (2013). *Matemática 2: Fotoactivados*. San Isidro: Puerto de Palos.

Andrés, M. (2006). *Actividades de matemática 8*. Buenos Aires: Santillana

Aragón, M., Laurito, L., Net, G. y Trama, E. (2004). *Matemática 8 - Serie Entender E.G.B.3*. Buenos Aires: Estrada.

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, *8*(3), 247-264. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2096616

Berio, A., Mancini, G., Mastucci, S., (2008). *Logonautas Matemática 2*. Boulogne: Puerto de Palos.

Davini, M. C. (2008). *Métodos de Enseñanza*. Buenos Aires: Santillana.

Godino, J., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. (2008). Evaluar y desarrollar el contenido pedagógico y el conocimiento estadístico de los maestros de escuela primaria a través del trabajo de proyectos, en Batanero C., Burrill, G.y Reading, Ch. (eds.). Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference. Monterrey, México.

Kaczor, P. y Outón, V. (2016). *Entre Números II: actividades de matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Santillana.

Laurito, L., de Stisin, L., Trama, E., Ziger, D., (2002). *Matemática 8 Activa*. Buenos Aires: Puerto de Palos.

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2014). *Diseño Curricular: Educación Secundaria Orientada*. Santa Fe: Autor.

Pajares, A. y Tomeo, V. (2009). Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Secundaria: experimentos y materiales. En González, M. J.; González, M. T. y Murillo, J. (eds.), Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. *XIII Simposio de la SEIEM*. Santander. Disponible en: https://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXIII/depc/Pajares_Tomeo_R.pdf

Petrone, E., Mascó, P. y Széliga, C. (2007). Una aproximación al mundo de lo aleatorio en UNR Editora: *El aula de Matemática: conocimiento + entretenimiento. Material didáctico para la escuela media*. Colección académica.

Petrone, E. y Sgreccia, N. (2017). Acerca de las prácticas educativas de Matemática en la Escuela Media en Sanjurjo, L. [et al.]. *La Enseñanza de la Matemática en la Escuela Media*. (1° ed., pp. 77-230). Rosario: Homo Sapiens Ediciones.

Planas, N. (2005). El aula de matemática como comunidad de práctica inclusiva. *Educar*, *32*, 57-64. Disponible en:

https://www.academia.edu/3005638/El_aula_de_matematicas_como_comunidad_de_practica_inclusiva

Saldarriaga-Zambrano, P., Bravo-Cedeño, G. y Loor-Rivadeneira, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Revista Ciencia: Dominio de las Ciencias*, 2, 127-137. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5802932

Salpeter, C. y otros (2004). *Pitágoras 8. Matemática: E.G.B.3*. Buenos Aires: SM.

Sanjurjo, L. y Foresi, M. F. (2017). La enseñanza como preocupación teórica de la didáctica y como preocupación teórico-práctica de los profesores. En Sanjurjo, L. [et al.].

La enseñanza de la Matemática en la Escuela Media: Fundamentos y desafíos. (1° ed., pp. 11-76). Rosario: Homo Sapiens Ediciones.

Schön, D. (1998). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Paidós: Barcelona. Disponible en:

https://www.academia.edu/26075198/Donald_a_sch%C3%B6n_el_profesional_reflexivo

Vásquez, C. y Alsina, A. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, *23*(1), 393-419. https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i1.9160

Vergara Reyes, C. (2012). Deconstrucción y equilibración: procesos de construcción del conocimiento. *Acción Pedagógica, 21*(1), 76-81. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6223451

Waldegg, G. (1998). Principios Constructivistas para la Educación Matemática. *Revista EMA*, *4*(1), 16-31. Disponible en:

http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46_Waldegg1998Principios_RevEMA.pdf

Zolkower, B., Bressan, A. y Gallego, F. (2006). La Corriente Realista de Didáctica de la Matemática. Experiencias de un Grupo de Docentes y Capacitadores. *Yupana*, *1*(3), 11-33. https://doi.org/10.22463/17948231.3067