CONEXIÓN
Revista de Investigaciones y Propuestas Educativas
N°18. Rosario. Septiembre 2023. ISSN: 2362-406X
Instituto de Enseñanza Superior N°28 "Olga Cossettini"

Caracterización del discurso matemático escolar en torno al concepto de número real: un estudio de caso en escuelas secundarias

Lucía Caraballo

IES N°28 Olga Cossettini
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
(Universidad Nacional de Rosario)
luciacaraballo89@gmail.com

Daniela Emmanuele

IES N°28 Olga Cossettini
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
(Universidad Nacional de Rosario)
emmanueledaniela@gmail.com

Resumen

Se comunica aquí parte de los resultados alcanzados en una investigación que entre sus objetivos se ha propuesto reconocer características específicas del discurso Matemático Escolar (dME) en torno al concepto de número real (discurso numérico escolar). El dME es un constructo teórico, tomado de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), entendido como los consensos que se realizan a fin de introducir la matemática en el sistema didáctico. Para llevar a cabo este estudio, que es parte de una tesis de Maestría en Didáctica de las Ciencias, se ha planteado una metodología cualitativa, descriptiva y transversal, un estudio de caso intrínseco compuesto por tres docentes con título de Profesor/a en Matemática (o equivalente), en ejercicio profesional, que trabajan enseñando números reales en alguna escuela secundaria del departamento Rosario, Santa Fe, Argentina. Se han realizado observaciones de clases de carácter no participante, mientras las docentes desarrollaban la unidad denominada Números Reales. Entre los resultados, se ha podido reconocer una epistemología dominante del discurso numérico escolar: que impone significados (la de clasificar un número real en racional o en irracional, al observar su desarrollo decimal o parte de él, obtenido a partir de una operación que realiza la calculadora); que prima lo aritmético y/o algebraico por sobre lo geométrico o lo analítico; que entiende su utilidad en la operatoria del número y que soslaya otras características (como la de ser un campo completo); que sigue reglas estáticas, algorítmicas y memorísticas; que no reconoce prácticas como el medir como generadoras del conocimiento.

Palabras clave: enseñanza del número real, discurso matemático escolar, teoría socioepistemológica, escuela secundaria.

Introducción

Desde la época denominada Matemática Moderna (década del 60) se ha instalado una presentación de los números reales basada en la teoría de conjuntos, lo que implica una presentación formalizada y descontextualizada, no siendo un contenido significativo para el alumno. Esto se evidencia al observar usualmente libros de texto de educación secundaria (Abálsamo et al., 2013; Jaller A. & Pérez, 2017; Chorny et al., 2015). En su mayoría la presentación de los números reales viene dada como una forma de llamar conjuntamente a los números racionales y a los irracionales. Algunas propuestas utilizan la notación de conjuntos $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ e incluso presentan un diagrama de Venn para representar esta definición y relaciones entre otros conjuntos numéricos ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$). Esta presentación de los conocimientos matemáticos es propia de la enseñanza tradicional de la matemática. No es extraño escuchar a los alumnos preguntar en la clase de matemática ¿esto para qué sirve? Reconociendo a los libros de texto como un elemento de referencia importante para el profesor de escuela secundaria, que en numerosos casos utiliza en su práctica, y a pesar de todas las críticas y los fracasos encontrados en la reforma de la Matemática Moderna (Kline, 1976), podría sospecharse que no se ha logrado plantear una enseñanza diferente más cercana a las corrientes didácticas actuales. ¿Cuál es la necesidad de construir el conjunto de los números reales? Esta presentación, ¿deja entrever cuál es la diferencia entre un número real y un número racional? ¿Se trata de un concepto nuevo o es solo una manera de llamar conjuntamente a los números racionales e irracionales?

Si bien se han intentado promover modelos educativos diferentes al tradicional, pareciera que este modelo predomina aún en la enseñanza de la matemática. Por ejemplo, en el actual Diseño Curricular de Matemática para la Educación Secundaria Orientada de la pcia. de Santa Fe, Argentina (Ministerio de Educación de la provincia de Santa Fe, Argentina, 2014) se plantea la presentación de los números naturales, los racionales positivos, los enteros, los racionales, los irracionales y luego los reales (siguiendo ese orden a través de los años). En el caso de la secundaria técnica, se sigue el mismo orden agregando al final los números complejos. Esta presentación responde a criterios de la lógica matemática formal, no siendo el mismo que, por ejemplo, el orden de surgimiento histórico de estos tipos de números (los orígenes de algunos números irracionales son previos a los números negativos, por mencionar un caso).

En los cursos de matemática del primer año de la universidad, donde nos desempeñamos como docentes, se ha podido observar que gran parte de los alumnos ingresantes no han logrado una construcción completa del número real durante su transcurso por la escuela secundaria. Los obstáculos que presentan para la adquisición de nuevos conocimientos muchas veces provienen de una falta de conocimientos previos. Por ejemplo, al preguntarles el resultado de realizar la operación entre conjuntos $[0,2] \setminus \{0\}$[1], la respuesta usual suele ser [1,2], a pesar de estar trabajando con intervalos de la recta real. Esto deja en evidencia que -en numerosos casos- solo reconocen los números enteros.

[1] El símbolo \ denota la resta entre conjuntos.

Otro caso usual, es la descripción del número π como 3,14, no reconociendo su carácter de irracional. En el caso de definir algunas funciones continuas como, por ejemplo, la función exponencial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = e^x$, suele no ser cuestionada la operatoria definida para todos los reales. No es habitual que se presenten cuestionamientos tales como: ¿es posible calcular un número irracional elevado a un número irracional? ¿Y a un número racional? ¿Cómo se calcula? Quizás sea porque en la enseñanza tradicional nunca se propiciaron este tipo de preguntas.

Se elige la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) para investigar esta problemática, dado que es una teoría que se caracteriza principalmente por estudiar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional. Esta teoría diferencia la matemática de la matemática escolar, dado que la matemática construida dentro de la comunidad científica no ha sido inventada con fines de enseñanza. Sin embargo, se la enseña dentro de un ámbito educativo en el cual el saber matemático sufre un proceso de transposición derivando en un subproducto que es reproducido en el escenario ficticio del aula (matemática escolar). Este proceso genera discursos en torno a los objetos matemáticos, a fin de facilitar su comunicación para la enseñanza. La consecuencia directa es la descontextualización de los objetos matemáticos, que genera una pérdida de sentido para quien lo aprende. Los consensos que se realizan a fin de introducir la matemática en el sistema didáctico son denominados, en esta teoría, como discurso Matemático Escolar (dME). El dME enfatiza la centración en los objetos matemáticos, ignorando su construcción social dentro del ámbito de la matemática que le da sentido y significatividad. La TSME plantea una enseñanza centrada en las prácticas más que en los objetos, problematizando el saber. Esta teoría, a su vez, considera la posibilidad de profundas transformaciones a partir del rediseño del dME (Cantoral et al., 2015). Es posible advertir que desde esta teoría, que será profundizada luego en el siguiente apartado, se pone en jaque la epistemología estructuralista de la matemática, propia de la Matemática Moderna, que atraviesa la enseñanza del número real en la actualidad. Interesa la enseñanza de un saber puesto en uso, que surge en un cierto contexto y es apropiado por parte de quien lo aprende, dado que se lo construye desde la mirada de quien lo inventa y de quien lo usa. Este enfoque aporta al estudio de la enseñanza del número real, dado que en su presentación tradicional aparece descontextualizado y es acompañado por un cierto dogmatismo: las propiedades no se demuestran, las operaciones no se definen (se "heredan" de otros conjuntos numéricos), la representación de la recta numérica continua no se construye a partir de los números reales (es presentada desde los primeros años de la educación secundaria e, inclusive, en la educación primaria). Sin embargo, es posible advertir la gran capacidad que tiene el docente de poder transformar su práctica en forma directa. Es importante, entonces, indagar cómo los profesores enseñan el número real en la escuela secundaria considerando que, la forma en que lo hagan, estará íntimamente relacionada con la epistemología dominante del dME, que atraviesa a los docentes formando parte de sus concepciones acerca de qué enseñar y cómo enseñar. Se plantea, entonces, como objetivo reconocer las características específicas del discurso Matemático Escolar en torno al concepto de número real (discurso numérico escolar). Esta investigación es parte de una tesis de Maestría en Didáctica de las Ciencias.

La teoría socioepistemológica y el discurso matemático escolar

Tradicionalmente los modelos educativos plantearon currículos centrados en conceptos, soslayando los usos de los conocimientos matemáticos (Cordero et al., 2015). La TSME se diferencia de otras teorías de la Matemática Educativa ya que amplía su mirada, no restringiendo el análisis hacia los objetos matemáticos y sus relaciones, sino considerando como problema educativo la significación compartida del objeto mediante su uso culturalmente situado. Esto quiere decir que los alumnos participan activamente de la cultura matemática, presente en sus propias experiencias de su vida diaria, dentro y fuera del aula. Para lograr esto, es decir, la democratización del aprendizaje es preciso ampliar el concepto de aula, saber y sociedad. Esto es posible para la TSME dado que un fundamento sobre el que se apoya es que "la Matemática, en tanto creación humana, recrea -a su manera- la vida misma" (Cantoral et al., 2014, p. 96). En este sentido, interesa estudiar el saber puesto en uso (y no estático), entendiendo por saber al popular, técnico o culto.

Como se ha mencionado en la introducción, un concepto fundamental de la TSME es el de dME entendido como el medio para lograr una participación consensuada en el ámbito didáctico. El dME enfatiza la centración de los objetos matemáticos, ignorando su construcción social dentro del ámbito de la matemática que le da sentido y significatividad. Al ser el profesor el que comunica verdades preexistentes a sus alumnos, la construcción social del conocimiento queda rezagada en el dME. Por esta razón, la TSME plantea que el conflicto en la enseñanza y en el aprendizaje radica en el propio dME. Identificarlo y rediseñarlo será, entonces, el camino para modificar la actividad didáctica en Matemática y atender las problemáticas planteadas. Sin embargo, hay que comprender que estos discursos no son responsabilidad solo del profesor porque, al fin y al cabo, se ha formado bajo el mismo dME y se convierte, en consecuencia, en su reproductor.

> En este sentido, planteamos, que el dME subyace a lo inmediatamente visible, lo ostensible, explícito u objetivo, los contenidos y sus concepciones: Planes y Programas de estudio, libros de texto, exposiciones de aula, pero también a las creencias y concepciones de profesores, estudiantes y comunidad académica en general. (Cantoral et al., 2015, p.14)

Los entornos socioculturales, junto con el saber y el aprendiz son los actores principales de los procesos didácticos. Por esta razón, las investigaciones enmarcadas en la TSME se caracterizan por una descentración del objeto, contemplando las prácticas sociales en torno a ese objeto desde una mirada social y cultural de la matemática. Se incorpora la componente social integrándola a la componente epistemológica, a la componente cognitiva y a la componente didáctica. Para que el proceso didáctico tenga lugar, es necesario que el docente se apropie de su práctica a través de la problematización del saber matemático escolar. Su objetivo principal es darle herramientas al docente que le permitan mejorar sus prácticas, logrando así un rediseño del dME.

En Cantoral et al. (2015) se caracteriza teóricamente al dME y se fundamenta su rediseño:

- *Carácter utilitario*: el dME antepone la utilidad del conocimiento matemático frente a cualquiera de sus restantes cualidades. En su rediseño la matemática debe tener un carácter funcional, organizándola según el funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de las personas que la usan y la aprenden.
- *Atomización de los conceptos*: el dME concibe al saber centrado en objetos, sin considerar los aspectos sociales, contextuales y culturales que lo constituyen. Su rediseño permite reconocer, privilegiar y potenciar racionalidades relativas a contextos situados, a la realidad en la que se encuentre el individuo en tiempo y espacio.
- *Carácter hegemónico*: el dME concibe a la matemática como un conocimiento acabado y continuo, dando supremacía a ciertas argumentaciones y significados frente a otros. Su rediseño plantea diversas maneras de constituir y desarrollar la matemática, relativa a la racionalidad contextualizada del grupo o individuo.
- *Falta de marcos de referencia para la resignificación del saber*: se ha pasado por alto el hecho de que la matemática responde a prácticas de referencia, es decir que su significación no es estática. El rediseño del dME propone resignificar los saberes progresivamente, enriqueciéndolos con nuevos significados.

El dME es la expresión de una epistemología dominante la cual no considera ni conoce el uso del conocimiento matemático ya que los modelos educativos apostaron atenderlo desde los conceptos (y no desde las prácticas). En Cordero et al. (2015), se describen ciertos fenómenos en torno al dME:

- *La exclusión de la práctica social*. Se distinguen dos epistemologías del conocimiento, aquella que se expresa en el dME y otra que se expresa en la construcción social del conocimiento matemático. Como ya se ha dicho predomina la primera por sobre la segunda, olvidando los contextos, las comunidades y las situaciones de donde emerge el conocimiento matemático. Existe entonces una violencia simbólica, entendida como la imposición de significados arbitrarios legítimos socialmente. Esto ocurre en las argumentaciones, significados y procedimientos que se generan en la matemática escolar a raíz del dME. En contraposición, la construcción social del conocimiento matemático considera las interacciones entre individuos (a sabiendas de qué identifica a este individuo y de cuáles son sus procesos historiales) y a la funcionalidad de este en un contexto y una situación específica.
- *La opacidad*. En el dME no se consideran las argumentaciones del conocimiento matemático que correspondan a la matemática como instrumento, es decir, la matemática aplicada a la ingeniería, la biología, la medicina, entre otras disciplinas. Es decir, no se considera matemática a aquellos conocimientos en los cuales su objeto de estudio no es la obra matemática en sí misma. En particular, la matemática de lo cotidiano no se considera conocimiento matemático. Podría decirse que la matemática de la vida no es la misma que la matemática escolar, se desconocen y no dialogan entre ellas.

> En este sentido, la pluralidad epistemológica no tiene cabida en el actual dME ya que este trata únicamente a la matemática como un ente objetivo, abstracto y generalizable, sin múltiples significados, sin desarrollo histórico, ni funcionalidad y mucho menos de manera transversal y multidisciplinar. (p. 91)

Luego, el fenómeno de la opacidad es la negación de la pluralidad epistemológica del conocimiento.

- *La adherencia*. La supremacía del dME, por sobre el pensamiento cultural de docentes y estudiantes, provoca actitudes no críticas hacia los contenidos matemáticos que se enseñan, así como la exclusión de su construcción y opacidad de su funcionalidad. Docentes y, por lo tanto, estudiantes adhieren al dME y no se atreven a trastocarlo. Por ende, no existe la reciprocidad entre la matemática y lo cotidiano en el aula, la dialéctica del conocimiento matemático y la vida. Por esta razón, es necesario el rediseño del dME, para que la matemática escolar no sea ajena a la construcción social del conocimiento matemático.

El rediseño del dME solo es posible a través del empoderamiento docente, definido como una reflexión que se consolida en acción, que permite apropiarse de la práctica docente a través de la problematización del saber matemático escolar (Reyes Gasperini & Cantoral, 2014). Dado que el dME excluye la construcción social del conocimiento matemático, y el docente también ha sido excluido de este proceso, observar sus características específicas en torno al concepto de número real permitirá distinguir aspectos que obstaculizan la enseñanza y el aprendizaje de este concepto.

Marco metodológico

Para esta investigación se ha planteado una metodología cualitativa, descriptiva y transversal. El diseño es un estudio de caso intrínseco dado que interesa investigar la enseñanza del número real en la escuela secundaria por parte de profesores de Matemática en toda su particularidad y su carácter ordinario. Para llevarlo a cabo se han seleccionado tres docentes con título de Profesor/a en Matemática (o equivalente), en ejercicio profesional, que trabajan enseñando números reales en alguna escuela secundaria del departamento Rosario, Santa Fe, Argentina. Atendiendo a los conocimientos que un docente posea y a las decisiones que pueda tomar en cuanto a sus propuestas didácticas y las tareas que propongan a sus alumnos, los profesores que conforman este estudio han sido escogidos de manera que contemple variedad precisamente respecto a estas características, esto es, la formación y la trayectoria profesional de los mismos (tabla 1).

Tabla 1. *Docentes participantes de la investigación*

Docente A	Egresada de un profesorado terciario de la pcia. de Santa Fe. Ejerce la docencia en escuelas secundarias del dpto. Rosario.
Docente B	Egresada de un profesorado universitario. Ejerce la docencia en escuelas secundarias del dpto. Rosario y en nivel universitario.
Docente C	Egresada de un profesorado universitario. Ejerce la docencia en escuelas secundarias del dpto. Rosario y en nivel universitario. Realiza, además, investigación en el ámbito universitario.

Se han realizado observaciones de clases (de carácter no participante) cuando las docentes del estudio estuvieron desarrollando la unidad Números Reales, para pesquisar indicios de un discurso numérico escolar generalizado. Atendiendo al contexto de pandemia (ocurrido durante los años 2020 y 2021) por la propagación del COVID-19 y el aislamiento preventivo y obligatorio que afectó a las instituciones educativas, las observaciones han sido presenciales y/o virtuales de clases sincrónicas. En el caso de la docente A, las clases fueron de manera presencial en una única burbuja[2], dado que la cantidad de alumnos del curso y las dimensiones del aula permitieron respetar los protocolos de distanciamiento social. Con la docente B, las clases fueron al principio presenciales y luego virtuales, a causa de las restricciones impuestas por el gobierno nacional y provincial de volver al aislamiento preventivo por la suba de casos de COVID-19. Con la docente C, las clases fueron 100% virtuales por estar dentro de este período de aislamiento. Para las clases presenciales se ha grabado el audio de lo acontecido y para las clases virtuales se ha grabado en formato video su desarrollo. Dado el contexto de emergencia sanitaria, las clases (que originalmente estaban planificadas para la presencialidad) debieron alterar su formato para la virtualidad. Por tal razón, las docentes han intentado reproducir esa clase presencial en encuentros virtuales sincrónicos. No se considera que sean propuestas didácticas planificadas directamente para el dictado a distancia, sino una adaptación forzada de una propuesta ya existente puesto que las docentes, en el poco tiempo que tuvieron, dieron respuesta de la mejor manera posible para continuar dando clases, digitalizando material y organizando encuentros (donde compartían pantalla y mostraban a modo de pizarra lo que iban explicando). Si bien ha cambiado el formato, las docentes han intentado mantener la

[2] Se denominó burbuja sanitaria escolar a un grupo de estudiantes para los cuales era posible mantener la ventilación y la distancia social adecuada para prevenir la propagación del COVID-19 dentro del salón de clases. Algunos cursos fueron divididos en dos o tres burbujas (dependiendo del número de alumnos y las dimensiones del aula) las cuales tenían clases presenciales cada dos o tres semanas, en forma intercalada. Ante la detección de un caso de COVID-19 en el curso, se aislaba solo a la burbuja a la que pertenecía el estudiante, pudiendo concurrir a la escuela el resto del curso según el cronograma establecido.

metodología de trabajo que tenían en el aula presencial. Por ejemplo, en el caso de la docente B se daba un tiempo para que los alumnos realizaran la ejercitación separándolos en grupo dentro de la videollamada y dejándolos interactuar entre ellos, con la opción de llamarla si surgía alguna duda. En el caso de la docente C, estos momentos eran asincrónicos, pudiendo los alumnos enviar sus consultas mediante el aula virtual para ser luego contestadas por la docente.

Se ha armado una planilla por clase en la cual se ha volcado en una columna la descripción de lo que acontece en la clase: los diálogos -para los cuales se ha usado la letra “P” para referirse a lo que dice la docente y las letras “A” seguido de un número según hable alumno 1, alumno 2, etc.-, lo que se escribe en el pizarrón, las interacciones, las tareas que se proponen. En otra columna las inferencias subjetivas (las reflexiones y pensamientos) y en una última columna la relación con el discurso numérico escolar (aquí se identifican los indicios de un dME generalizado que se manifiesta en las acciones y conversaciones que sostiene la docente con los alumnos). La categoría de análisis discurso numérico escolar, se operativiza teniendo en cuenta las siguientes dimensiones (Cordero et al., 2015):

- El **contexto en el que se enmarca el número real**, que haga ver su carácter utilitario o funcional en una situación específica (organización de la matemática escolar).
- El **foco de interés del docente acerca de lo que saben o lo que hacen sus alumnos en cuanto al número real,** identificando si la enseñanza está centrada en objetos o centrada en prácticas sociales (relación con el saber matemático).
- Los **tipos de argumentos y procedimientos** que permiten el tratamiento y construcción del concepto de número real (validación del saber).
- La **relación del número real con otros campos de conocimientos y prácticas sociales -como la graficación y la predicción-** que se propicie en el aula (significación del saber).
- El **tipo de presentación del número real:** como objeto preexistente o como objeto a construir (concepción epistemológica).

En cada clase, se ha identificado alguna de estas dimensiones describiendo su conexión con el dME y dejando registro en la planilla para luego procesar toda la información en su conjunto.

Resultados

Cabe destacar que el concepto de número real es tan amplio que las unidades desarrolladas por las distintas docentes bajo este nombre abarcan contenidos diferentes entre sí. En el caso de la docente A, los temas seleccionados son ecuaciones e inecuaciones con módulo y radicales; para la docente B, son operaciones con números racionales, notación científica, inecuaciones e intervalos en la recta real y operaciones con números irracionales; y para la docente C, son operaciones con racionales, operaciones con radicales (expresados con exponente fraccionario), notación científica, aproximación por redondeo y truncamiento y teorema de Pitágoras. Sin embargo, se han podido identificar aspectos comunes que caracterizan al dME[3].

Respecto a la **presentación del número real**, llama la atención que la docente A no define en toda la unidad a los números reales. Conceptualiza el número irracional recién cuando comienza con radicales, aunque anteriormente se había trabajado con intervalos reales, definiéndolos como aquellos números que no pueden expresarse como fracción y que tienen infinitas cifras decimales no periódicas. La docente B, en cambio, dedica bastante tiempo de su clase en presentar los distintos tipos de números hasta llegar al conjunto de los números reales. Comienza con los números naturales, describiéndolos como un conjunto con infinitos elementos que sirven para contar (el 1, el 2, el 3 y así ejemplifica). Menciona los diagramas de Venn para representar conjuntos, aunque los alumnos dicen que no recuerdan haber visto tal representación. Continúa con el conjunto de los números enteros, como ampliación de los naturales al observar que no es posible realizar restas cuando el minuendo es menor que el sustraendo:

> P: ahh bueno. ¿Puedo hacer operaciones con estos números? Yo puedo hacer operaciones, pero ¿qué pasa? Si yo los sumo, ¿me da un número natural?
>
> A1: sí.
>
> P: sí, me da un número natural. ¿Y si los resto?
>
> A3: depende…
>
> P: depende ¿de qué? De cuál es mayor o menor. Si a un número le resto otro más grande, ¿me da cómo?
>
> A2: negativo.
>
> P: negativo, entonces no es natural. Necesito otro conjunto para poder meter a estos negativos. ¿Cuáles serían, por ejemplo? El -1…si yo hago 3-17 ¿cuánto me daría? -14. El 0, fíjense que acá no lo incluimos, no es un número natural. Y puedo seguir nombrando, otros números negativos: el -128. Entonces a este conjunto, de los naturales negativos y los naturales, ¿qué vamos a hacer? Los vamos a encerrar en un conjunto más grande que se llama el conjunto de los números enteros. Estos seguramente ya los escucharon el año pasado.

La docente procede de manera similar para presentar los números racionales como cociente de enteros, ya que no siempre se obtiene como resultado un número entero. Luego, define el conjunto de los números racionales que incluye también al de los

[3] Los resultados aquí presentados son parte de una investigación más amplia (que constituye una tesis de Maestría en Didáctica de las Ciencias). Los datos recolectados se complementan con otros obtenidos a partir de entrevistas realizadas a las docentes de este estudio. Pueden consultarse estos resultados en el acta del Simposio MEM 2022 -Caraballo L., Emmanuele D. (17 al 19 de febrero de 2022). Las concepciones sobre el número real en los profesores de matemática: un estudio de caso en escuelas secundarias. XII Simposio de Matemáticas y Educación Matemática, 9(1), pp. 431-432, Universidad Antonio Nariño, Colombia- y en los anales del IX CIBEM 2022 -Caraballo L., Emmanuele D. (5 al 9 de diciembre de 2022). Un estudio de caso sobre las concepciones de los números reales en profesores de Matemática en ejercicio profesional [comunicación oral]. IX Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, pp. 737-746-.

números enteros.

> P: todos estos números, fíjense que podemos hacer divisiones, multiplicaciones, todas las operaciones elementales y el resultado me va a dar, ¿qué? Un tipo de fracción irreducible, un número decimal o también un número entero. Es un conjunto más amplio, donde involucra también los enteros. Este se llama el conjunto de los números racionales y se simboliza con una $\mathbb{Q}$. El conjunto, entonces, de los números racionales lo identificamos con una $\mathbb{Q}$.

El hilo conductor de la presentación sigue siendo la operatoria entre números, al obtener resultados que no son posibles dentro de un conjunto numérico y a partir de allí precisar de otro más amplio. La presentación de los irracionales sigue la misma lógica:

> P: ¿pero yo podré aplicar la raíz cuadrada a cualquier número y que me dé siempre un número racional?
>
> A3: no, por ejemplo, al 2.
>
> P: a ver, si yo hago la raíz cuadrada de 2, ¿cuánto me da esto?
>
> A3: un número periódico, ¿no?
>
> P: bueno, contesto estas dos preguntas: ¿se puede expresar como fracción? No. ¿Es un número periódico? No.
>
> A3: no periódico.
>
> P: ¿dijiste no periódico?
>
> A3: sí.
>
> P: ah perdón, te entendí periódico. ¿Qué significa que un número es no periódico?
>
> A3: o sea, que no era exacto, que no es como 10 dividido 3 que te daba 3,333…Que no se repite una secuencia, así como 2, 5…
>
> P: como que no se repite siempre una secuencia.
>
> A3: como que no hay un patrón…
>
> P: bien, muy bien. Bueno, agarren la calculadora y hagan la raíz cuadrada de 2. A ver decime A3 cuánto es.
>
> A3: 1,414213562…
>
> P: y sigue, sigue. Lo que sigue yo no puedo verlo en la calculadora y sino en una computadora que me dé, no sé, cien cifras decimales. ¿Y el problema cuál es? que no hay una secuencia, como dijo A3, no hay un período de repetición. Entonces estos números que tienen esta característica, nunca los voy a poder escribir como fracción. Por lo tanto, este nos queda fuera de este conjunto, ¿bien? Y esto no me pasa solo con la raíz de 2, me pasa con muchos y con infinitos números. Miren, vamos a ver otros, tengo la raíz cúbica de -5. A ver, ¿quién lo hace con la calculadora?

De esta manera, presenta a los irracionales como los números decimales que tienen infinitas cifras decimales no periódicas. Podemos notar que, tanto para los racionales como para los irracionales (como el caso del número π o raíces no racionales) se considera su existencia a partir del resultado de una operación, factible de realizar y a veces obtenido en la calculadora. Luego, define a los números reales como la unión de racionales e irracionales utilizando la notación de conjuntos: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$. Para el caso de la docente C, la explicación es similar al utilizar un ejemplo para introducir los números irracionales y los números reales:

Figura 1.
Ejemplo y definición de número irracional dado por la docente C

2. $(-3)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-3)^2} = \sqrt[3]{9}$, no lo resolvemos ya que el resultado es un *número irracional* (el conjunto de los números irracionales está formado por aquellos números que tienen infinitas cifras decimales no periódica, es decir, no se pueden expresar como una fracción. El conjunto de los números irracionales se simboliza por $\mathbb{I}$ y junto con el conjunto de los números racionale $\mathbb{Q}$ (todos los números que tienen representación como números fraccionarios), forman el conjunto de los *números reales* $\mathbb{R}$).

Se puede observar que la expresión $\sqrt[3]{9}$ es tomado por la docente C como una operatoria que debe resolverse y no como un número en sí mismo (concibe al número como su expresión decimal infinita y no en su expresión como radical). Puede observase que todas las docentes imponen la característica de que los irracionales no pueden expresarse como fracción sin especificar el por qué, al igual que el hecho de poseer infinitas cifras decimales no periódicas. Por otro lado, la suposición de la existencia de racionales e irracionales es considerada suficiente para suponer la existencia de números reales (objetos preexistentes), ya que son presentados como la unión de estos dos conjuntos (entendida en forma literal).

En cuanto a los **tipos de procedimientos y argumentos** que permiten el tratamiento y construcción del concepto de número real, en general se ha observado la utilización de "técnicas" para pasar un número de un tipo de representación u otro, para resolver ecuaciones/inecuaciones, para escribir un número en notación científica o para aproximar un número. Estas técnicas se basan en propiedades, que son dadas de antemano pero que no vuelven a definirse en el campo de los números reales ni se cuestiona su validez. Por ejemplo, la docente A, no hace explícita la propiedad uniforme para despejar la incógnita en una ecuación o una inecuación, sino que utiliza reglas como "lo que está sumando, pasa restando". "lo que está multiplicando, pasa dividiendo", etc. Lo mismo ocurre cuando explica las operaciones con radicales, utiliza propiedades de la potenciación y radicación para extraer factores fuera del radical pero no son vueltas a definir estas propiedades en el nuevo campo numérico (a pesar de estar trabajando con números irracionales), sino que parecen conocerlas de cuando trabajaban con números racionales. Los procedimientos a seguir son dados como "receta" que se ejemplifican con ejercicios resueltos por las docentes y que luego deben ser reproducidos de la misma manera por los alumnos. La docente B explica cómo pasar un número decimal periódico a fracción de la siguiente manera:

> P: Les voy a explicar una técnica, que obviamente tiene su explicación. Nosotros les enseñamos la técnica y el que quiera, podemos ver la explicación, de dónde

> vienen las operaciones que hacemos, ¿está bien? Lo que tenemos que hacer es escribir al número…lo primero que vamos a hacer es escribirlo en forma periódica. Fíjense que lo que se repite en el b) es el 12.
>
> Escribe: $b)\ 0{,}121212\ldots = 0,\widehat{12}$.
>
> P: entonces el arco abarca al 1 y al 2. Para escribirlo como fracción lo que vamos a hacer es expresar a todo el número sin la coma, sin el arco…o sea, que me quedaría 012 pero bueno, el 0 en esta posición carece de significado entonces lo vamos a sacar y le tendríamos que restar la parte o los dígitos que no están afectados por el arco, en este caso es 0 también, o sea que no le resto nada y divido por…abajo vamos a poner tanta cantidad de nueves como dígitos hay abajo del arco. Hay dos dígitos abajo del arco, por eso vamos a poner dos nueves.
>
> Escribe $0,\widehat{12} = \frac{12}{99}$.

En este caso la docente B deja explícito que es una “técnica” pero que no va a explicar la justificación de por qué es exitosa para poder representar decimales periódicos como fracción. Puede notarse la imposición de procedimientos, priorizando lo algorítmico por sobre el entendimiento. En el caso de la docente C, la aproximación por redondeo y truncamiento de irracionales es establecida como una norma que hay que aplicar:

Figura 2.
Procedimiento dado por la docente C para aproximar un número real

- **Redondeo:** para redondear una cantidad en la n-ésima cifra, nos fijaremos en la siguiente cifra. Si ésta es mayor o igual que 5, aumentamos en una unidad la cifra n-ésima. En otro caso, dejamos tal y como está la cifra n-ésima y despreciamos las demás cifras a partir de ella.
- **Truncamiento:** para truncar una cantidad a la cifra n-ésima, se prescinde directamente de las siguientes cifras a partir de ella. Este método siempre produce aproximaciones por defecto, es decir, menores que la cantidad exacta x que queremos aproximar.

La elección de la cantidad de cifras decimales con la que se quiere aproximar el número o la elección del método para aproximar un número real no se discute sino que ya viene dado en los ejemplos y ejercicios propuestos. En todas las docentes puede observase la utilización de la calculadora para clasificar un número como racional o irracional. Por ejemplo, en las raíces no racionales se observa la aparente ausencia de período dentro de los decimales que establece la calculadora y se determina si el número es racional o irracional. La docente C, deja explícito que la calculadora trunca el número y que se podrían seguir buscando más y más decimales pero no se toma el tiempo de buscarlos, ni explicita cómo se podría hacer o cómo se podría asegurar la ausencia de período:

> P: Entonces si yo busco, por ejemplo, el resultado de raíz de 2 en la calculadora, obviamente que voy a tener, hasta completar los números permitidos en la calculadora, una cantidad de cifras distintas que no tienen ninguna regularidad. Pero

> si ustedes ese número lo podrían buscar en una computadora, o lo pueden buscar en una tabla, como se usaba antes y demás, pueden ver que ese número va a tener infinitas cifras y que no tiene ninguna regularidad. Bueno, ese estilo de números, ese estilo de números es el que vamos a tratar de aproximar. Esos números que no los puedo pasar a fracción, entonces con los cuales no puedo trabajar, me conviene aproximarlos para poder trabajar y poder trabajar de manera más cómoda cuando estamos haciendo cuentas. Entonces los números que vamos a aproximar son los números irracionales, que son aquellos números que tienen infinitas cifras después de la coma, que no son periódicas. ¿Está bien? Tal como el raíz de 2, raíz de 3, raíz de 5, el número π.

La forma de validar que un número es irracional queda incompleta e incluso es errónea dado que si un número racional posee un período con una cantidad de cifras mayor a las mostradas por la calculadora podría suponerse, con este criterio, que se trata de un número irracional.

En general, en el trabajo áulico a lo largo de las clases se hace hincapié en el aspecto aritmético del número. La mayoría de las actividades propuestas son de la matemática pura y tienen como objetivo resolver ecuaciones/inecuaciones, operar con números racionales y/o irracionales del tipo raíz enésima de un racional, aproximar un número, etc. Aunque la docente B plantea problemas, que parecen tener la intención de relacionar los contenidos trabajados con situaciones de la vida real, resultan ser de un escenario ficticio irreal o muy poco probable. Por ejemplo, en algunos de ellos se trata de averiguar cuál es el sueldo de una persona conociendo sus gastos y lo que le queda en su cuenta, cuando una persona sabe en general cuánto gana y en función a su sueldo realiza sus gastos. Otro caso, trata de conocer la altura de un poste conociendo las partes de él que se han pintado (para conocer las partes pintadas, es normal que se divida al poste en partes iguales y eso requiere de una medición previa con lo cual ya se conocería la altura del poste). En este sentido, el **contexto en el que se enmarca el número real** es el del pasaje de una representación a otra (de coloquial a simbólica) y el uso de reglas de cálculo para la resolución de una ecuación u operación. Por otro lado, el aspecto geométrico del número solo aparece en las clases de la docente B, al explicar cómo se podría representar números racionales en la recta numérica:

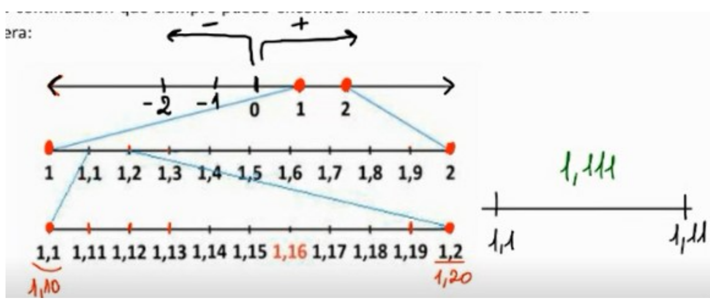
> P: la graduamos con unidades, el cero y dejando las mismas distancias entre las unidades…uds pueden dejar un cuadrito, dos cuadritos de la carpeta para que quede prolijo, le recta se dibuja con regla. Y hacia la derecha del cero uno pone todos los positivos y hacia la izquierda del cero todos los negativos. Entonces yo acá podría poner el -1, el -2… y marco algunos números. Entonces supongamos que marco el número 1 y el número 2. Al 1 le corresponde un punto y al 2 le corresponde este otro punto. Si yo hago un zoom, como si ampliara, entre el 1 y el 2 puedo hacer una división de números también, ¿sí? Una división de ese segmento, que lo puedo dividir en 10 partes también. Si lo divido en 10 partes, me van a quedar definidos puntos. ¿Y qué puntos voy a tener? Y bueno, los puntos que representan al 1,1; al 1,2; al 1,3 y hasta el 1,9. O sea que fíjense que entre el 1

y el 2 encuentro unos cuantos números más. Ahora supongamos que yo hago nuevamente un zoom, y entre el 1,1 y el 1,2 también lo divido a este segmento de recta en otras 10 partes, por ejemplo. Y entonces, ¿qué van a aparecer? Van a aparecer puntos que representan a otros números. Fíjense, tengo el 1,11; 1,12; 1,13 hasta llegar al 1,19. Recuerden que tener 1,1 es como tener 1,10, es equivalente, y el 1,2 es 1,20. Entonces fíjense cuantos números tengo entre el 1,1 y el 1,2. Y yo esto podría seguir, podría seguir, ¿sí? Hacer más zoom a la recta, y decir entre el 1,1 y el 1,11, díganme uds, por ejemplo, un número que pueda estar entre estos dos.

A2: 1,111

La docente escribe:

Figura 3.
Explicación que realiza la docente B para marcar números racionales en la recta numérica



P: pregunto, ¿qué les parece? Piensen al 1,1 como 1,10 y al 1,11. El 1,111, ¿cae acá adentro?

A1: no, sería más grande.

P: tal cual, este número cae después. Entonces, a ver cómo nos damos cuenta.

A3: 1,101.

P: muy bien, acá adentro, en alguno de los puntos de este segmento está el 1,101. Muy bien, 1,101; 1,102; 1,103… y yo estoy nombrando aparte números que son racionales, ¡imagínense los irracionales que hay! Entonces, con esto estamos viendo la infinitud de los números reales y esta característica de ser denso que yo siempre entre dos números, por más cerquita que se encuentren, yo voy a encontrar un número entre ellos dos. Y no solo uno, infinitos. Porque yo con este proceso puedo seguir y puedo seguir con este proceso.

Podría decirse que, a pesar de la intención que tiene la docente B de construir la recta real, el análisis no es completo puesto que no se explica cómo se representaría un decimal con infinitas cifras decimales (ya sea racional periódico o irracional). El objetivo de esta presentación es la representación de intervalos en la recta numérica como una forma de notar subconjuntos de números reales que cumplen una relación de desigualdad con respecto a algún valor numérico. Esto se realiza al resolver una inecuación y representar gráficamente su conjunto solución, aunque pareciera ser solo un soporte para luego escribir el intervalo que lo representa.

El **foco de interés** de las docentes acerca de lo que saben o lo que hacen sus alumnos en cuanto al número real, está puesto en operar con números racionales y/o irracionales, resolver una ecuación y/o inecuación, expresar un número en diferentes tipos de representación y/o aproximar un número. Sin embargo, se recurre a la repetición de procedimientos aplicando reglas, propiedades o métodos explicados con anterioridad. Por ejemplo, al resolver operaciones combinadas con números racionales la docente B va guiando a los alumnos sobre los pasos que deben seguir: primero, deben separar en términos; segundo, escribir todos los decimales como fracción; y luego, operar siguiendo una serie de propiedades para el cálculo. No se problematiza este proceder, el por qué es necesario convenir cuáles son las operaciones que deben realizarse primero, ni el por qué es conveniente trabajar con fracciones y no con números decimales. Al explicar notación científica, la docente C relaciona el hecho de ser un número grande o chico con el signo del exponente de la potencia de 10 de la expresión en notación científica del número:

> P: los 93 millones, ¿es un número grande o un número chico?
>
> A2: un número grande.
>
> P: Entonces, ¿cómo debe ser la potencia de 10 para que el 9,3 se agrande?
>
> A2: positivo.
>
> P: bien, por eso queda $9{,}3.10^7$ porque corrí 7 lugares hacia la derecha la coma para obtener 93 millones. Si el número es grande el exponente es positivo, si el número es chico el exponente es negativo.

Se evidencia que el foco de interés se encuentra en expresar un número "grande" o "chico" de una forma más reducida y poder operar con estos números, aunque en esta explicación no se explicite qué operaciones se realizan cuando se corre la coma a la izquierda (división por una potencia de 10) o a la derecha (multiplicación por una potencia de 10), generando confusión en los alumnos.

En general, no se presenta **relación del número real con otros campos de conocimientos o prácticas sociales**. En el caso de las docentes B y C, solo se menciona el uso que hacen los científicos para representar números en notación científica. Aunque la docente B introduce ejemplos aplicados a la naturaleza, donde se encuentran números grandes o pequeños (como el diámetro de un glóbulo rojo o la distancia del Sol a la Tierra), no se enmarca en una actividad científica la forma propuesta de expresarlos. No se problematiza el manejo de estos números, y las ventajas que tendría utilizar este tipo de representación. Tampoco el por qué utilizar esa forma y no otra. Esta docente también menciona la utilidad del número π para medir la longitud de una circunferencia o del número de oro con relación al cuerpo humano. Sin embargo, queda en el plano de lo anecdótico no siendo, por ejemplo, la medición una práctica utilizada en el aula para construir y significar el saber.

Análisis de resultados

Se observaron pocas oportunidades para la construcción del número real en el aula. En general, el conjunto de los números reales es considerado como un objeto preexistente atribuyendo un significado impuesto: es la unión de dos conjuntos de números (racionales e irracionales) que poseen ciertas características dadas (se pueden representar como fracción o no; o tienen una cantidad de cifras decimales finitas o infinitas periódicas, o bien, infinitas no periódicas). No es cuestionada, por ninguna de las docentes, la existencia de los números irracionales y basan su presentación en la obtención, por calculadora, de ciertos resultados de operaciones entre números racionales en los cuales se observa la ausencia de período (aunque no se sepa cómo obtiene la calculadora el resultado, cómo se puede asegurar que las cifras decimales son infinitas o si en realidad existe un período pero supera la cantidad de cifras que muestra el visor). Esta forma de presentación, de conjuntos incluidos unos en otros en forma acumulativa, esconde e invisibiliza el trasfondo epistemológico al que cada representación responde. En definitiva, no hay un retorno a las bases naturales que den significado a los diferentes tipos de números. La existencia, por un lado, de los números racionales y, por el otro, de los números irracionales asegura la existencia de los números reales para todas las docentes observadas. No se problematiza de dónde proviene cada tipo de número, a qué fines responde, ni en dónde puede ponerse en uso. La enseñanza del número real se basa entonces en la memorización de conceptos, concibiéndose como un conocimiento acabado y continuo (carácter hegemónico).

Puede decirse que lo algorítmico predomina en los contenidos enseñados por las tres docentes. Las técnicas de cálculo o métodos utilizados validan la igualdad entre diferentes representaciones del número, en las docentes de este estudio. Por ejemplo, para justificar que $0,\hat{9}$ es igual a 1, la docente B realiza el cociente $\frac{9}{9}$ dando por resultado, mediante simplificación, el número 1. Se podría suponer entonces que ambos números son iguales y no poseen características que los diferencien. Sin embargo, ambos números conceptualmente responden a fines distintos: el número 1 lo utilizamos para contar, mientras que este uso no es posible para el número $0,\hat{9}$. Tampoco se problematiza la necesidad o la ventaja de utilizar una representación en vez de otra, contextualizando su uso. Es el caso de la docente A, cuando sus alumnos preguntan reiteradas veces para qué sirve la técnica de racionalización de denominadores en operaciones con radicales. En ningún momento se hace explícito el por qué y/o el para qué de este proceder. Por ejemplo, el uso de la calculadora invisibiliza la imposibilidad de realizar la división entre 2 y $\sqrt{2}$ (ya que posee un algoritmo de cálculo, que no es evidente para quien lo utiliza) para hallar una expresión decimal aproximada de $\frac{2}{\sqrt{2}}$. Por tal razón, es necesario obtener su expresión equivalente con denominador entero (en este ejemplo, $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$), para, de esta manera, poder hallar su expresión decimal aproximada. Se podría pensar que siempre que uno se encuentre con una expresión de este tipo es necesario realizar este procedimiento. Otro ejemplo puede observarse cuando la docente C explica que la cantidad de cifras decimales para aproximar un número irracional es dada en el enunciado del ejercicio, sin explicitar en función de qué se determina esa cantidad (por ejemplo, para saber el largo de una mesa bastaría con una cifra decimal mientras que se necesitarían muchas más para el cálculo del lugar de aterrizaje de un cohete espacial). Se podría suponer que siempre se utiliza una o dos cifras decimales (como una norma), o que tiene que estar dada de antemano para poder realizar la aproximación. Por otro lado, las demostraciones formales para validar propiedades o para probar que un número es irracional se encuentran ausentes en todas las clases observadas. Todas las docentes utilizan, por ejemplo, la calculadora en varias ocasiones para validar que el resultado de una raíz cuadrada de algún número racional es irracional. A pesar de que este método de verificación no es correcto (permite sospechar que se trata de un número irracional pero no es posible asegurarlo), ninguna de las docentes hace una demostración que lo pruebe, ni menciona que es necesario hacerla. De esta manera, puede observarse la supremacía de ciertos argumentos y significados frente a otros, tendiendo a los procedimientos mecánicos y memorísticos (carácter hegemónico).

En las clases desarrolladas por las tres docentes se ha observado que se hace hincapié en los aspectos aritméticos en detrimento de los aspectos geométricos del número. En todas sus clases se presentan reglas exitosas para el cálculo o para obtener diferentes representaciones de un mismo número. Sin embargo, se trata de reglas estáticas dadas por las docentes, que no se resignifican en otros contextos sino que sirven solo para resolver ejercicios similares a los dados. El aspecto geométrico del número no se trabaja en las clases de las docentes A y C. En el caso de la docente B, se menciona un procedimiento para localizar números racionales, con una cantidad finita de decimales, en la recta numérica a partir de la división sucesiva en diez partes iguales de la unidad. Sin embargo, no se explicita cómo podría localizarse un número si posee infinitas cifras decimales periódicas -por ejemplo, $\frac{1}{3} = 0,\hat{3}$ - o si fuera irracional, dado que el procedimiento anterior no terminaría nunca. Tampoco se explica cómo podría dividirse un segmento dado en diez partes iguales de forma exacta y geométrica. Los alumnos no se enfrentan nunca a esta situación ya que en las tareas planteadas por la docente no se trabaja este procedimiento. Llama la atención que la medición de segmentos y la localización de puntos en la recta no tenga protagonismo en las clases de números reales observadas, ya que son aspectos primordiales de los que surgen los números reales a lo largo de su historia (carácter utilitario).

En general, las docentes observadas plantean actividades para resolver situaciones de la matemática pura, por ejemplo, una ecuación o una operación dada. Muestran interés en que sus alumnos puedan reproducir los procedimientos explicados, aplicando propiedades o métodos presentados con anterioridad. Las propiedades son dadas por las docentes sin demostración ni discusión sobre su validez. Como se trata de reglas de cálculo que son dadas e impuestas por las docentes, el tener éxito en la resolución de situaciones planteadas depende exclusivamente de recordar de memoria las propiedades y los procedimientos explicados. Los significados de dichos procedimientos no se desprenden del quehacer matemático contextualizado (atomización de conceptos y procesos matemáticos).

Se ha podido observar en las clases desarrolladas que no se presenta alguna relación del número real con otros campos de conocimiento o prácticas sociales. Puede decirse que las propuestas de enseñanza del número real analizadas no consideran aspectos sociales y/o culturales (falta de marcos de referencia para la resignificación).

Conclusiones y reflexiones finales

Con anterioridad se han expuesto las características generales del dME, a continuación se presentan aquellas específicas del discurso numérico escolar que han sido reconocidas en esta investigación. Se ha podido distinguir:

- Su *carácter hegemónico, que privilegia un solo tipo de significados, argumentaciones y procedimientos, en detrimento de otros*. Como se ha visto en resultados, el significado que se impone de número real es el de ser un número racional o un número irracional. Es decir, a partir de la clasificación de un número en racional o irracional se le atribuye la propiedad de ser un número real, siendo concebido como un objeto preexistente. En este sentido es que puede verse al número real como un conocimiento acabado y continuo, puesto que su comprensión se reduce a la memorización del concepto (es real si puede clasificarse como racional o irracional, y esta clasificación se reduce a observar su desarrollo decimal en la calculadora e identificar la ausencia o no de período). No se ha considerado que existen diversas formas de construir el concepto de número real, que su presentación no es única. Su abordaje en cambio, puede responder a necesidades específicas, resignificándose progresivamente para constituirse en el conocimiento complejo que realmente es, derivándose del trabajo con magnitudes inconmensurables, o de sucesiones que se construyen a partir de la aproximación al número deseado por definición (en el caso de $\sqrt{2}$, sería un número x tal que $x^2 = 2$, por ejemplo). En cuanto a los procedimientos, prima lo algorítmico más que lo conceptual. En general, son desarrollados mediante normas inducidas por las docentes, que imponen una forma de trabajo específica, fundamentados en propiedades que son dadas de antemano sin demostración. En su lugar podría propiciarse el espacio para el intercambio de ideas y su discusión acerca de cómo proceder o cómo argumentar en situaciones problemáticas que requieran el uso del número real, como la construcción o la medición de segmentos, el cálculo de distancias, etc.

- Su *carácter utilitario, que antepone la utilidad del conocimiento matemático frente a cualquiera de sus restantes cualidades*. Pareciera que el interés del estudio del número real radica en su operatoria y en el seguir de forma adecuada las normas que la rigen, pues resulta útil para resolver ecuaciones/inecuaciones, expresar un número de otra manera o simplemente hacer una cuenta. La completitud del campo numérico no es trabajada por las docentes, solo es presentada como propiedad por la docente B, a pesar de ser una de las características más importantes del conjunto de números reales y que lo diferencia de los restantes conjuntos numéricos. Esta visión acotada del concepto impide resignificarlo en otros contextos (por ejemplo, en la problemática de localizar ciertos números en la recta numérica) y, por lo tanto, presentar un carácter funcional.

- La *atomización de los conceptos, que concibe al saber centrado en objetos, sin considerar los aspectos sociales, contextuales y culturales que lo constituyen*. Las propiedades y los procedimientos explicados deben ser aprendidos de memoria una vez presentados por las docentes, en vez de emerger del quehacer matemático contextualizado. Esto impide tener una visión amplia de la estructura del número real, que contemple las situaciones que permitan su construcción. Se puede reconocer que los orígenes del número irracional se gestan en la práctica de medir, al comparar segmentos que son inconmensurables. Sin embargo, la medición de segmentos nunca se presenta como un problema a resolver en las clases analizadas. Pareciera existir una percepción en las docentes de que estos conocimientos pertenecen al campo de la geometría y que el estudio del número real debería enfocarse en el campo de la aritmética y/o del álgebra, como si no hubiera conexión entre ellos. Esto podría ser consecuencia de la atomización de los conocimientos dentro de la matemática escolar.

- La *falta de marcos de referencia, que soslaya el hecho de que la matemática responde a prácticas de referencia, que la obligan a resignificarla*. Las docentes de este estudio mencionan brevemente algunos usos del número real, pero quedando solo en el plano de lo anecdótico. No se aborda en los casos estudiados, previo al desarrollo del concepto, la problemática que emerge de, por ejemplo, querer realizar cálculos con números muy grandes o muy pequeños; las complicaciones de querer medir la longitud de una circunferencia y hallar una fórmula; o el descubrir las proporciones que esconde el cuerpo humano que hace que presente características comunes en cualquier persona, incluso cuando las contexturas son muy diferentes. Es decir, las docentes no han conectado al número real con la necesidad por la que se origina, que puede gestarse en otras ciencias o en otros contextos, y no necesariamente de la matemática pura. Puede decirse que en las dinámicas áulicas observadas, no se han apreciado las prácticas de referencia como generadoras del conocimiento.

En este estudio se ha podido reconocer una epistemología dominante del discurso numérico escolar: que impone significados (la de clasificar un número real en racional o en irracional, al observar su desarrollo decimal o parte de él); que prima lo aritmético y/o algebraico por sobre lo geométrico o lo analítico; que entiende su utilidad en la operatoria del número y que soslaya otras características (como la de ser un campo completo); que sigue reglas estáticas, algorítmicas y memorísticas; que no reconoce prácticas como el medir como generadora del conocimiento.

Como ya se ha señalado, reconocer características específicas del discurso numérico escolar podría ser entonces un punto de partida para pensar algunos aspectos para su rediseño, que se centre en prácticas y no solo en objetos matemáticos. La historia y la epistemología del número real quizás puedan servir para identificar prácticas de referencia que hagan emerger este conocimiento. La medición de segmentos, la búsqueda del desarrollo decimal de un número o la localización de números en la recta real dado un punto sobre la misma se han mencionado como algunos ejemplos de situaciones que no se han propiciado en las clases analizadas. Estos podrían ser tal vez algunos aspectos a contemplar en el rediseño del discurso numérico escolar, que se proponga lograr una construcción verdadera y significativa del número real en el aula.

Bibliografía

Abálsamo, R., Berio, A., Kotowski, C., Liberto, L., Mastucci, S., & Quirós, N. (2013).

Matemática 3, fotoactivados. Puerto de Palos.

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso matemático en los libros de texto desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *8*, 9–28.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(3), 91–116.

Chorny, F., Salpeter, C., & Casares, O. (2015). *Matemática 4 ES Huellas*. Estrada.

Cordero, F., Gómez Osalde, K., Silva Crocci, H., & D, S. (2015). El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad. *Gedisa*.

Jaller A., & Pérez, M. (2017). *Entre números III*. Santillana.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*.

Ministerio de Educación de la provincia de Santa Fe, Argentina. (2014). Diseño Curricular para Educación Secundaria Orientada. https://campuseducativo.santafe.edu.ar/wp-content/uploads/1.-Form-Gral.-1er.-Ciclo-Anexo-III-Resol-2630-14.pdf

Reyes Gasperini, D., & Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Bolema*, *28*(48), 360–382.